Daily Assam

M5Q7S7

দুটা চলকত বৈৰিখিক সমীকৰণৰ যোৰ
(Pair of Linear Equations in Two Variables)

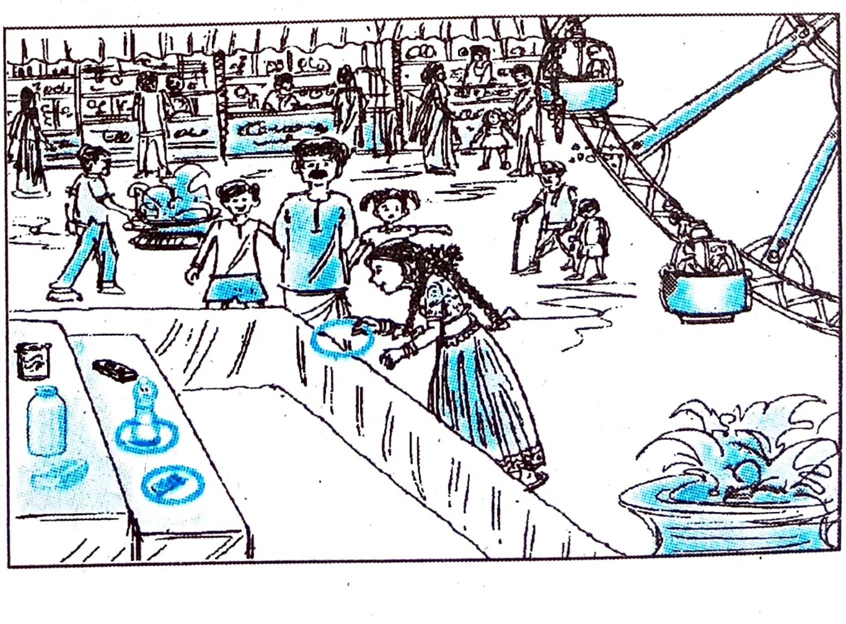
তৃতীয় অধ্যায়

3.1. অৱতাৰণা (Introduction)

তোমালোকে নিশ্চয় তলত দিয়াটোৰ দৰে পৰিস্থিতি কিছুমানৰ মাজেৰে আহিছা ঃ

গীতাই তাইৰ গাঁৱৰ মেলা এখনলৈ গৈছিল। তাই এটা বৃহৎ চকাত উঠি হুপলা নামৰ খেল এটা খেলি উপভোগ কৰিব বিচাৰিলে (ই এটা খেল য'ত এখন ডাঙৰ মেজত ৰখা কিছুমান বস্তুত এটা ৰিং দলিওৱা হয় আৰু ৰিঙটোৱে যদি বস্তুটো আৱৰিব পাৰে তুমি তাক পাবা)। তাই যিমানবাৰ বৃহৎ চক্ৰটোত উঠিছিল তাৰ আধা সংখ্যক বাৰ হুপলা খেলিছিল। প্ৰতিবাৰ চক্ৰ বগাওঁতে 3 টকা খৰচ পৰে। প্ৰতিবাৰ হুপলা খেলাৰ খৰচ 4 টকা। তাইৰ যদি খৰচ 20 টকা হয়, তেন্তে তাই কেইবাৰ চক্ৰ বগাইছিল আৰু কেইবাৰ হুপলা খেলিছিল তুমি কিদৰে উলিয়াবা ?

হয়তো তুমি বিভিন্ন ধৰণে খেলি চেষ্টা কৰিবা ? যদি তাই মাত্ৰ এবাৰহে উঠিছিল এইটো সম্ভৱনে ? যদি দুবাৰ কৰা হয় সম্ভৱনে ? আৰু ইত্যাদি। নাইবা তুমি নৱম শ্ৰেণীৰ জ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰি এনেবোৰ পৰিস্থিতিক দুটা চলকত বৈৰিখিক সমীকৰণতপ্ৰকাশ কৰিব পাৰা।



আমি এনে পদ্ধতিকে চেষ্টা কৰো আহা।

গীতাই চক্ৰত কিমানবাৰ বগাইছে সেই সংখ্যাটোক xৰে বুজোৱা আৰু তাই হুপলা কিমানবাৰ খেলিছে সেই সংখ্যাটোক yৰে বুজোৱা। এতিয়া পৰিস্থিতিটোক আমি দুটা সমীকৰণেৰে বৰ্ণাব পাৰোঁঃ

$$y = \frac{1}{2}x \qquad (1)$$

$$3x + 4y = 20 \qquad (2)$$

এই সমীকৰণযোৰৰ ক্ষেত্ৰত আমি সমাধান উলিয়াব পাৰোনে? এইটো কৰাৰ অনেক উপায় আছে, যিবোৰ আমি এই অধ্যায়ত আলোচনা কৰিম।

3.2 দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ (Pair of Linear Equations in Two Variables)ঃ

নৱম শ্ৰেণীৰপৰা মনত পেলোৱা যে তলৰবোৰ দুটা চলকৰ ৰৈখিক সমীকৰণ ঃ

$$2x + 3y = 5$$

$$x - 2y - 3 = 0$$

আৰু $x - 0y = 2$, অৰ্থাৎ $x = 2$

তোমালোকে আকৌ জানা যে, যদি a, b আৰু c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু a, b উভয়ে শূন্য নহয়, তেন্তে $ax + by + c = 0$ আৰ্হিত লিখিব পৰা সমীকৰণবোৰক x আৰু y চলক দুটাত এটা ৰৈখিক সমীকৰণ বোলা হয়। (a আৰু b উভয়ে শূন্য নহয় এই চৰ্তটোক আমি প্ৰায়েই $a^2 + b^2 \neq 0$ ৰে বুজাওঁ)। তোমালোকে এইটোও অধ্যয়ন কৰিছা যে এনে এটা সমীকৰণৰ সমাধান এযোৰ মান হয়, এটা xৰ বাবে আৰু এটা yৰ বাবে, যি মানে সমীকৰণটোৰ দুয়োপক্ষকে সমান কৰিব।

উদাহৰণস্বৰূপে, $2x + 3y = 5$ সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষত আমি $x = 1$ আৰু $y = 1$ বহাওঁ আহা। তেন্তে

বাওঁপক্ষ $= 2(1) + 3(1) = 2 + 3 = 5$,

যিটো সমীকৰণটোৰ সোঁপক্ষৰ সমান।

গতিকে $x = 1$ আৰু $y = 1$ এটা $2x + 3y = 5$ৰ সমাধান।

এতিয়া আমি $x = 1$ আৰু $y = 7$, $2x + 3y = 5$ সমীকৰণটোত বহাওঁ আহা। তেন্তে

বাওঁপক্ষ $= 2(1) + 3(7) = 2 + 21 = 23$

যি সোঁপক্ষটোৰ সমান নহয়।

গতিকে $x = 1$ আৰু $y = 7$ এই সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান নহয়।

লৈখিকভাৱে, ইয়াৰ অৰ্থ কি? ইয়ে বুজায় যে $(1, 1)$ বিন্দুটো $2x + 3y = 5$ সমীকৰণটোক প্ৰকাশ কৰা সৰল ৰেখাটোৰ ওপৰত থাকে আৰু $(1, 7)$ বিন্দুটো ইয়াৰ ওপৰত নাথাকে। গতিকে,

সমীকৰণটোৰ প্ৰতিটো সমাধানেই ইয়াক বুজোৱা ৰেখাটোৰ ওপৰত থকা এটা বিন্দু।

প্ৰকৃততে এইটো যিকোনো ৰৈখিক সমীকৰণৰ ক্ষেত্ৰতেই সত্য, অৰ্থাৎ, $ax + by + c = 0$ **এনে দুটা চলকত থকা এটা ৰৈখিক সমীকৰণৰ প্ৰতিটো সমাধান (x, y) য়ে সেই সমীকৰণটোক বুজোৱা সৰলৰেখাটোৰ ওপৰৰ অনুৰূপ বিন্দুটো হ'ব আৰু বিপৰীতভাৱে।**

এতিয়া ওপৰত দিয়া (1) আৰু (2) সমীকৰণ দুটা চোৱা। এই সমীকৰণ **দুয়োটা একেলগে ল'লে**, মেলাখনত গীতাৰ বিষয়ে তথ্য দিব।

এই দুটা ৰৈখিক সমীকৰণ **একে দুটা x আৰু y চলকত** আছে। এনেধৰণৰ সমীকৰণবোৰ **দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণৰ এটা যোৰ।**

এনেধৰণৰ যোৰবোৰক বীজগাণিতিকভাৱে কেনে দেখা হয় আমি চাওঁ আহা।

দুটা চলক x আৰু y ত এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ সাধাৰণ আৰ্হি হ'ল—

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

আৰু $$a_2x + b_2y + c_2 = 0,$$

য'ত $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ এই আটাইবোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$।

দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ কিছুমানৰ উদাহৰণ হ'ল

$2x + 3y - 7 = 0$ আৰু $9x - 2y + 8 = 0$

$5x = y$ আৰু $-7x + 2y + 3 = 0$

$x + y = 7$ আৰু $17 = y$

তোমালোকে জানানে, জ্যামিতিকভাৱে (লৈখিকভাৱে) এইবোৰক কেনে যেন দেখি?

মনত পেলোৱা, তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত অধ্যয়ন কৰিছিলা যে দুটা চলকত এটা ৰৈখিক সমীকৰণৰ জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শনটো (অৰ্থাৎ লেখটো) এটা সৰলৰেখা। গতিকে দুটা চলকত এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শন কেনে দেখা যাব? তাত দুটা সৰলৰেখা থাকিব আৰু দুয়োটাকে একেলগে, বিবেচনা কৰিব লাগিব।

নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে এইটোও পাইছিলা যে, এখন সমতলত দুটা সৰলৰেখা দিয়া থাকিলে, তলৰ তিনিটা সম্ভাৱনাৰ ভিতৰত মাত্ৰ এটাহে ঘটিব পাৰে :

(i) দুয়োটা সৰলৰেখাই এটা বিন্দুত কটাকটি কৰিব।

(ii) দুয়োটা সৰলৰেখাই কটাকটি নকৰে, অৰ্থাৎ ইহঁত সমান্তৰাল।

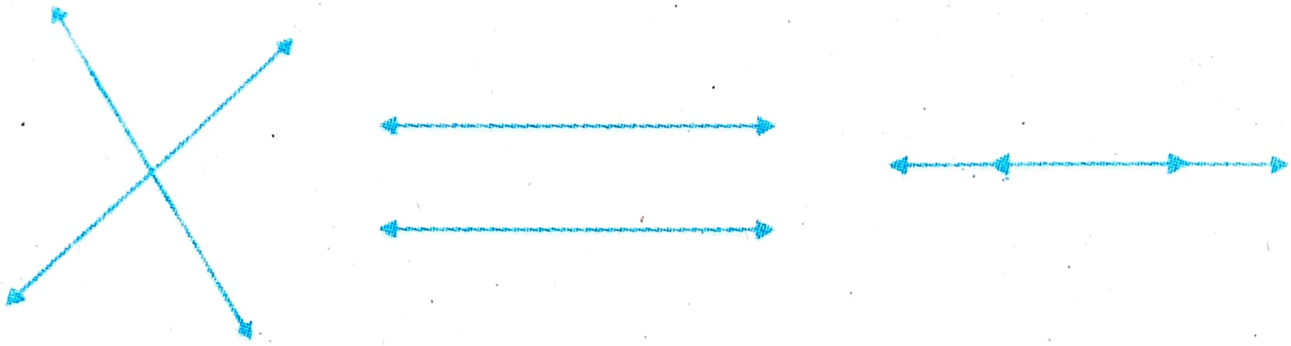
(iii) দুয়োটা সৰলৰেখাই মিলি যাব।

চিত্ৰ 3.1 ত আমি এই তিনিটা সম্ভাৱনা দেখুৱাইছোঁ।

চিত্ৰ 3.1 (a)ত সিহঁতে কটাকটি কৰিছে।

চিত্ৰ 3.1 (b)ত সিহঁত সমান্তৰাল হৈছে।

চিত্ৰ 3.1 (c)ত সিহঁত এটাৰ সৈতে আনটো মিলি গৈছে।



(a) (b) (c)

চিত্ৰ 3.1

এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণক বীজীয় (বীজগাণিতিক) আৰু জ্যামিতিক এই দুই ধৰণে কৰা প্ৰদৰ্শনকেইটা একেলগে হাতে হাতে যায়। আমি কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 1 ঃ অনুচ্ছেদ 3.1ত দিয়া উদাহৰণটোকে লোৱা। গীতা 20 টকা লৈ মেলালৈ যায় আৰু বৃহৎ চক্ৰটো বগাবলৈ মন কৰে আৰু হুপলা খেলে। এই পৰিস্থিতিটোক বীজগাণিতিক আৰু লেখীয়ভাৱে (জ্যামিতিকভাৱে) প্ৰদৰ্শন কৰা।

সমাধান ঃ গঠন কৰা সমীকৰণযোৰ হ'ল—

$$y = \frac{1}{2}x$$

অৰ্থাৎ $x - 2y = 0$ ....(1)

$3x + 4y = 20$ ....(2)

সমীকৰণকেইটাক আমি লেখীয়ভাৱে বৰ্ণাও আহা। ইয়াৰ বাবে আমি প্ৰতিটো সমীকৰণৰ অন্ততঃ দুটাকৈ সমাধান পাব লাগিব। 3.1 তালিকাত আমি এই সমাধানকেইটা দিছো।

তালিকা 3.1

x	0	2
$y = \frac{x}{2}$	0	1

(i)

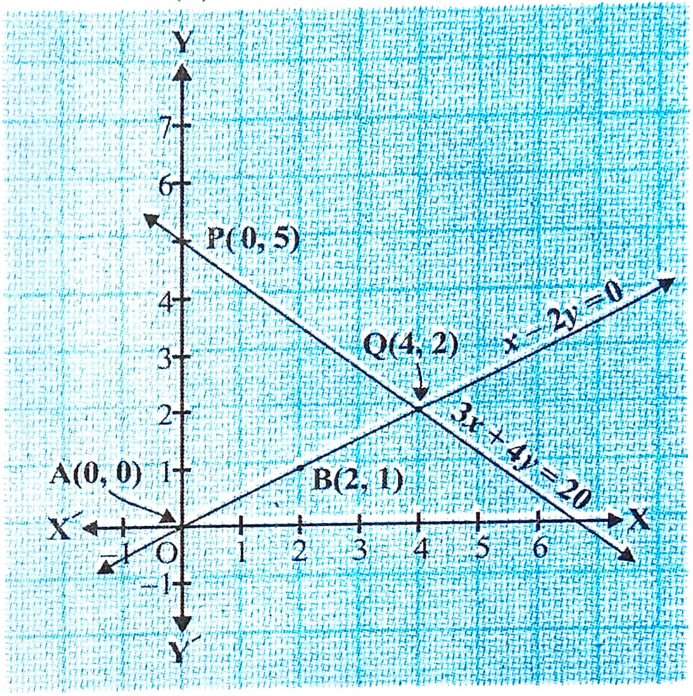
x	0	$\frac{20}{3}$	4
$y = \frac{20-3x}{4}$	5	0	2

(ii)

নৱম শ্ৰেণীৰ পৰা মনত পেলোৱা যে এই ৰৈখিক সমীকৰণবোৰৰ প্ৰতিটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। সেয়ে তোমালোকৰ প্ৰত্যেকে দুটাকৈ মান বাচিব পাৰিবা, যিকেইটা আমি বচাতকৈ বেলেগ। তোমালোকে মন কৰিছানে আমি কিয় প্ৰথম সমীকৰণ আৰু দ্বিতীয় সমীকৰণত $x = 0$ বাচি লৈছোঁ? যেতিয়া চলকবোৰৰ এটা শূন্য হয়, সমীকৰণটো এটা চলকৰ সমীকৰণত পৰিণত হয়, যাক সহজে সমাধান কৰিব পাৰি। উদাহৰণ স্বৰূপে, সমীকৰণ (2)ত $x = 0$ বহুৱাই আমি পাওঁ $4y = 20$, অৰ্থাৎ $y = 5$।

একেদৰে $y = 0$ বহুৱাই আমি পাওঁ—

$3x = 20$, অৰ্থাৎ $x = \frac{20}{3}$। কিন্তু যিহেতু $\frac{20}{3}$ এটা অখণ্ড সংখ্যা নহয় গতিকে ইয়াক লেখ কাকতত সঠিকভাৱে স্থাপন কৰাটো সহজ নহয়। গতিকে আমি পচন্দ কৰিম $y = 2$ যিয়ে $x = 4$ এটা অখণ্ড মান দিব।



চিত্ৰ 3.2

তালিকা 3.1ত দেখুওৱা সমাধানবোৰৰ অনুৰূপে পোৱা A(0, 0), B(2, 1) আৰু P(0, 5), Q(4, 2) বিন্দুবোৰ বহুওৱা। এতিয়া চিত্ৰ 3.2ত দেখুওৱাৰ দৰে $x - 2y = 0$ আৰু $3x + 4y = 20$ সমীকৰণ দুটাক প্ৰদৰ্শন কৰা AB আৰু PQ ৰেখা দুটা আঁকা।

চিত্ৰ 3.2ত লক্ষ্য কৰা যে সমীকৰণ দুটাক বুজোৱা ৰেখা দুটাই (4, 2) বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। ইয়ে কি বুজাইছে পিছৰ অনুচ্ছেদত আমি আলোচনা কৰিম।

উদাহৰণ 2 ঃ গীতা এখন লেখন মনোহাৰী দোকানলৈ গ'ল আৰু দুডাল পেঞ্চিল আৰু তিনিডাল ৰবৰ 9 টকাত কিনিলে। তাইৰ বান্ধৱী সোণালীয়ে গীতাৰ লগত গৈ নতুন বিভিন্ন তৰহৰ পেঞ্চিল আৰু ৰবৰ দেখিলে আৰু তায়ো একে ধৰণৰ চাৰিডাল পেঞ্চিল আৰু ছয়ডাল ৰবৰ 18 টকাত কিনিলে। এই পৰিস্থিতিটোক বীজগাণিতিক আৰু লৈখিকভাৱে প্ৰদৰ্শন কৰা।

সমাধান ঃ আমি পেঞ্চিল এডালৰ দামক x টকা আৰু ৰবৰ এডালৰ দামক y টকাৰে সূচাও। তেতিয়া বীজগাণিতিক প্ৰদৰ্শন তলৰ সমীকৰণেৰে দিয়া হ'ব

$$2x + 3y = 9 \qquad \dots(1)$$

$$4x + 6y = 18 \qquad ....(2)$$

সমতুল্য জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শন পাবলৈ আমি প্ৰতিটো সমীকৰণকে বৰ্ণনা কৰা ৰেখাটোৰ ওপৰত দুটাকৈ বিন্দু উলিয়াই লওঁ। ইয়াৰ অৰ্থ, আমি প্ৰতিটো সমীকৰণৰে দুটাকৈ সমাধান পাওঁ। তলত তালিকা 3.2ত এই সমাধানবোৰ দেখুওৱা হৈছে।

তালিকা 3.2

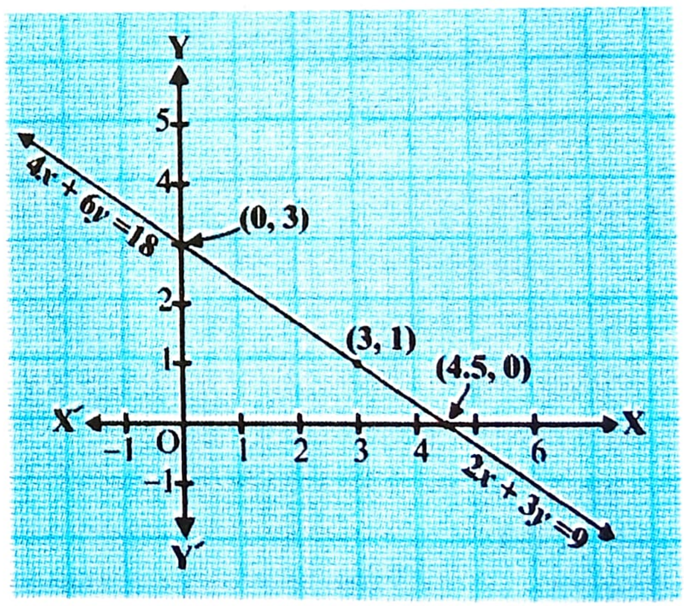
x	0	4.5
$y = \frac{9-2x}{3}$	3	0

(i)

x	0	3
$y = \frac{18-4x}{6}$	3	1

(ii)

এখন লেখ কাকতত এই বিন্দুবোৰ বহুৱাই ৰেখা দুটা আঁকা। আমি দেখিলো যে এই দুয়োটা ৰেখাই সম্পূৰ্ণ মিলি গৈছে (চিত্ৰ 3.3 চোৱা)। ইয়াৰ কাৰণ এয়ে যে দুয়োটা সমীকৰণেই সমতুল্য অৰ্থাৎ এটাক অইনটোৰ পৰা পাব পাৰি।



চিত্ৰ 3.3

উদাহৰণ 3 ঃ দুটা ৰেলপথ এই সমীকৰণ দুটাৰে প্ৰদৰ্শন কৰা হৈছে ঃ $x + 2y - 4 = 0$ আৰু $2x + 4y - 12 = 0$, এই পৰিস্থিতিটো জ্যামিতিকভাৱে প্ৰদৰ্শন কৰা।

সমাধান ঃ $x + 2y - 4 = 0$ আৰু $2x + 4y - 12 = 0$ সমীকৰণ দুটাৰ প্ৰতিটোৰে দুটাকৈ সমাধান তালিকা 3.3ত দিয়া হৈছে।

তালিকা 3.3

x	0	4
$y = \frac{4-x}{2}$	2	0

(i)

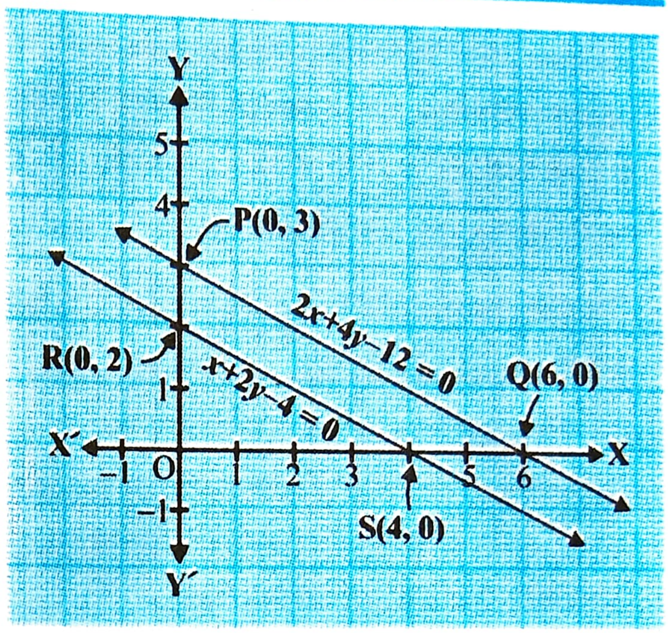
x	0	6
$y = \frac{12-2x}{4}$	3	0

(ii)

সমীকৰণ দুটা লেখত বুজাবলৈ আমি R(0, 2) আৰু S(4, 0) বিন্দুকেইটা বহুৱাই RS ৰেখাটো

আৰু P(0, 3) আৰু Q(6, 0) বিন্দুকেইটা বহুৱাই PQ ৰেখাটো পাওঁ।

চিত্ৰ 3.4ত আমি লক্ষ্য কৰোঁ যে ৰেখা দুটাই কতো কটাকটি নকৰে। অৰ্থাৎ ইহঁত সমান্তৰাল।



চিত্ৰ 3.4

গতিকে আমি কেইবাটাও পৰিস্থিতি দেখিলো যাক এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণেৰে প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি। আমি সিহঁতৰ বীজীয় আৰু জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শনো দেখিলো। ইয়াৰ কেইটামান পিছৰ অনুচ্ছেদত এনে ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰবোৰৰ সমাধান বিচাৰ কৰিবলৈ এই প্ৰদৰ্শনবোৰ কিদৰে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি আমি আলোচনা কৰিম।

অনুশীলনী 3.1

1. ৰহিমে জীয়েকক ক'লে, 'সাত বছৰ আগতে মোৰ বয়স তোমাৰ তেতিয়াৰ বয়সৰ সাতগুণ আছিল। আকৌ আজিৰ পৰা তিনি বছৰ পিছত তুমি যিমান ডাঙৰ হ'বা মই তাৰ তিনিগুণ হ'ম'। (এইটো আমোদজনক নহয়নে?)। এই পৰিস্থিতিটোক বীজীয়ভাৱে আৰু জ্যামিতিকভাৱে (লৈখিকভাৱে) প্ৰদৰ্শন কৰা।
2. এটা ক্ৰিকেট দলৰ প্ৰশিক্ষকে 3খন বেট আৰু 6টা বল কিনে 3900 টকাত। পিছত তেওঁ 1300 টকাত একেধৰণৰ এখন বেট আৰু 3টা বল কিনে। এই পৰিস্থিতিটোক বীজীয় আৰু লৈখিকভাৱে (জ্যামিতিকভাৱে) বৰ্ণনা কৰা।
3. দুই কে.জি. আপেল আৰু 1 কে.জি. আঙুৰৰ দাম এদিন আছিল 160 টকা। এমাহৰ পিছত 4 কে.জি. আপেল আৰু 2 কে.জি. আঙুৰৰ দাম হ'ল 300 টকা। এই পৰিস্থিতিটোক বীজীয়ভাৱে আৰু লৈখিকভাৱে বৰ্ণনা কৰা।

3.3 ৰৈখিক সমীকৰণ এযোৰৰ সমাধানৰ লৈখিক পদ্ধতি (Graphical Method of Solution of a Pair of Linear Equations)

আগৰ অনুচ্ছেদত ৰৈখিক সমীকৰণ এযোৰক কিদৰে দুটা সৰলৰেখা হিচাপে লৈখিকভাৱে বৰ্ণনা কৰিব পাৰি তোমালোকে দেখিছা। তোমালোকে এইটোও দেখিছা যে এই ৰেখা দুটাই কটাকটি

কৰিব পাৰে নাইবা ইহঁত সমান্তৰাল নাইবা ইহঁতে মিলি যায়। আমি প্ৰতি ক্ষেত্ৰতে ইহঁতৰ সমাধান কৰিব পাৰোনে? আৰু যদি পাৰো, কেনেকৈ? আমি এই অনুচ্ছেদত এই প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ জ্যামিতিক দৃষ্টিকোণৰ পৰা দিবলৈ চেষ্টা কৰিম।

আমি এটা এটাকৈ আগৰ উদাহৰণকেইটালৈ চাওঁ আহা।

- উদাহৰণ-1ৰ পৰিস্থিতিত গীতাই কিমানবাৰ বৃহৎ চক্ৰটোৰ ওপৰত উঠিছিল আৰু কিমানবাৰ তাই হুপলা খেলিছিল উলিওৱা।

চিত্ৰ 3.2ত তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছিলা যে পৰিস্থিতিটোক বৰ্ণনা কৰা সমীকৰণ দুটাক (4, 2) বিন্দুটোত ছেদ কৰা দুটা সৰলৰেখাৰে জ্যামিতিকভাৱে দেখুওৱা হৈছে। গতিকে (4, 2) বিন্দুটো $x - 2y = 0$ আৰু $3x + 4y = 20$ সমীকৰণ দুটা বুজোৱা দুয়োটা সৰলৰেখাৰ ওপৰতে থাকে। আৰু এইটোৱে একমাত্ৰ সাধাৰণ বিন্দু।

প্ৰদত্ত সমীকৰণযোৰৰ সমাধান যে $x = 4$, $y = 2$ হয়, আমি বীজীয়ভাৱে পৰীক্ষা কৰোঁ আহা। প্ৰতিটো সমীকৰণতে x আৰু yৰ মান দুটা বহুৱাই আমি পাওঁ, $4 - 2 \times 2 = 0$ আৰু $3(4) + 4(2) = 20$। গতিকে আমি পৰীক্ষা কৰিলো যে $x = 4$, $y = 2$ দুয়োটা সমীকৰণৰে এটা সমাধান। **যিহেতু দুয়োটা ৰেখাৰ ওপৰত (4, 2) একমাত্ৰ সাধাৰণ বিন্দু, গতিকে দুটা চলকত এই ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ এটা আৰু মাত্ৰ এটাহে সমাধান আছে।**

সেয়েহে, গীতাই বৃহৎ চক্ৰটোৰ ওপৰত উঠনৰ সংখ্যা 4 আৰু হুপলা খেলাৰ মুঠ বাৰৰ সংখ্যা 2।

- উদাহৰণ 2ৰ পৰিস্থিতিত, তোমালোকে প্ৰতিডাল পেঞ্চিল আৰু প্ৰতিডাল ৰবৰৰ দাম উলিয়াব পাৰিবানে?

চিত্ৰ 3.3ত এই পৰিস্থিতিটো জ্যামিতিকভাৱে এযোৰ মিলি যোৱা ৰেখাৰে দেখুওৱা হৈছে। সমীকৰণ দুটাৰ সমাধান সাধাৰণ বিন্দুবোৰেৰে দিয়া হৈছে।

এই ৰেখা দুটাৰ ওপৰত কিবা সাধাৰণ বিন্দু আছেনে? লেখৰপৰা, আমি লক্ষ্য কৰোঁ যে ৰেখাটোৰ ওপৰত থকা প্ৰতিটো বিন্দুয়ে দুয়োটা সমীকৰণৰ এটা সাধাৰণ সমাধান। গতিকে $2x + 3y = 9$ আৰু $4x + 6y = 18$ সমীকৰণ দুটাৰ অসীমভাৱে বহুত সমাধান আছে। এইটো একো আচৰিত কথা নহয়, কাৰণ আমি যদি $4x + 6y = 18$ সমীকৰণটোক 2ৰে ভাগ কৰোঁ, আমি $2x + 3y = 9$ পাম যিটো সমীকৰণ (1)ৰ সৈতে একে। অৰ্থাৎ দুয়োটা সমীকৰণ সমতুল্য। লেখৰপৰা, আমি দেখো যে ৰেখাটোৰ ওপৰত থকা যি কোনো বিন্দুৱে আমাক প্ৰতিডাল পেঞ্চিল আৰু প্ৰতিডাল ৰবৰৰে একোটা সম্ভৱপৰ দাম দিব। উদাহৰণস্বৰূপে প্ৰতিডাল পেঞ্চিলৰ দাম 3.75 আৰু প্ৰতিডাল ৰবৰৰ দাম 0.50 টকা, ইত্যাদিও হ'ব পাৰে।

- উদাহৰণ 3ৰ পৰিস্থিতিত, ৰে'লপথ দুটাৰ এটাই আনটোক অতিক্ৰম কৰিব পাৰেনে?

  চিত্ৰ 3.4ত পৰিস্থিতিটো জ্যামিতিকভাৱে দুটা সমান্তৰাল ৰেখাৰে বৰ্ণোৱা হৈছে। যিহেতু ৰেখাদুটাই মুঠেই কটাকটি নকৰে, ৰে'লপথ দুটাই অতিক্ৰম নকৰে। ই এইটোও বুজায় যে, সমীকৰণ দুটাৰ কোনো সমাধান নাই।

সমাধান নথকা ৰৈখিক সমীকৰণ এযোৰক **অসংগত** (inconsistent) বোলে। দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণ এযোৰ যাৰ এটা সমাধান আছে তাক **সংগত** (consistent) যোৰৰ ৰৈখিক সমীকৰণ বোলে। এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণ যি সমতুল্য তাৰ অসীম সংখ্যক স্পষ্ট (distinct) সাধাৰণ সমাধান আছে। এনে এটা যোৰক দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণৰ এটা **পৰতন্ত্ৰ** (dependent) যোৰ বোলে। লক্ষ্য কৰা যে ৰৈখিক সমীকৰণৰ পৰতন্ত্ৰ যোৰ এটা সদায়ে সংগত।

আমি এতিয়া দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণৰ এটা যোৰ বুজোৱা সৰলৰেখাৰ আচৰণ (behaviour) আৰু ইহঁতৰ সমাধানৰ অস্তিত্ব (existence) সম্বন্ধে তলত দিয়াৰ দৰে চমুকৈ ক'ম ঃ

(i) ৰেখা দুটাই মাত্ৰ এটা বিন্দুত কটাকটি কৰে। এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণৰ যোৰটোৰ এটা অদ্বিতীয় সমাধান আছে (সংগত সমীকৰণৰ যোৰ)।

(ii) ৰেখা দুটা সমান্তৰাল হ'ব পাৰে। এই ক্ষেত্ৰত, সমীকৰণ দুটাৰ কোনো সমাধান নাই (অসংগত সমীকৰণৰ যোৰ)।

(iii) ৰেখা দুটা মিলি যাব পাৰে। এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণ দুটাৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে (পৰতন্ত্ৰ (সংগত) সমীকৰণৰ যোৰ)।

উদাহৰণ 1, 2 আৰু 3ত গঠন কৰা ৰৈখিক সমীকৰণ কেইযোৰলৈ আমি উভতি যাওঁ বলা আৰু সেইবোৰ জ্যামিতিকভাৱে কেনে ধৰণৰ যোৰ আমি লক্ষ্য কৰোঁহক।

(i) $x - 2y = 0$ আৰু $3x + 4y - 20 = 0$ (ৰেখা দুটাই ছেদ কৰে)

(ii) $2x + 3y - 9 = 0$ আৰু $4x + 6y - 18 = 0$ (ৰেখা দুটা মিলি যায়)

(iii) $x + 2y - 4 = 0$ আৰু $2x + 4y - 12 = 0$ (ৰেখা দুটা সমান্তৰাল)

এতিয়া আমি লিখি লওঁ আৰু $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ আৰু $\frac{c_1}{c_2}$ মানবোৰ তিনিওটা উদাহৰণতে তুলনা কৰি চাওঁ। ইয়াত a_1, b_1, c_1 আৰু a_2, b_2, c_2 য়ে অনুচ্ছেদ 3.2ত সাধাৰণ আৰ্হিত দেখুওৱা সমীকৰণবোৰৰ সহগ বুজাইছে।

Daily Assam

তালিকা 3.4

ক্ৰমিক নম্বৰ	সৰল ৰেখাৰ যোৰ	$\frac{a_1}{a_2}$	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{c_1}{c_2}$	অনুপাতবোৰৰ ৰিজনি	লৈখিক প্ৰদৰ্শন	বীজীয় বিশ্লেষণ
1.	$x-2y=0$ $3x+4y-20=0$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-2}{4}$	$\frac{0}{-20}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	কটাকটি কৰা দুটা ৰেখা	সঠিককৈ এটা সমাধান (অদ্বিতীয়)
2.	$2x+3y-9=0$ $4x+6y-18=0$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{-9}{-18}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	মিলি যোৱা দুটা ৰেখা	অসীম সংখ্যক সমাধান
3.	$x+2y-4=0$ $2x+4y-12=0$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{-4}{-12}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	সমান্তৰাল দুটা ৰেখা	সমাধান নাই

ওপৰৰ তালিকাৰপৰা লক্ষ্য কৰিব পাৰা যে,

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

আৰু $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমীকৰণ দুটাই বুজোৱা ৰেখাবোৰে যদি

(i) পৰস্পৰ কটাকটি কৰে, তেন্তে $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

(ii) মিলি যায়, তেন্তে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

(iii) সমান্তৰাল, তেন্তে $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.

প্ৰকৃততে, যিকোনো ৰেখাৰ যোৰৰ ক্ষেত্ৰত ইয়াৰ বিপৰীতটোও সত্য। কিছুমান আৰু উদাহৰণ নিজে বাচি লৈ তুমি সেইবোৰ পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰিবা।

এইবোৰ বৰ্ণনা কৰাৰ বাবে আমি আৰু কেইটামান উদাহৰণ বাচি লওঁ আহা।

উদাহৰণ 4 ঃ ৰৈখিকভাৱে পৰীক্ষা কৰা,

$x + 3y = 6$ ....(1)

আৰু $2x - 3y = 12$ ....(2) ৰেখাযোৰ সংগত হয়নে নহয়,

যদি হয়, সিহঁতক লৈখিকভাৱে সমাধান কৰা।

সমাধান ঃ আমি (1) আৰু (2) সমীকৰণ দুটাৰ লেখ আঁকো আহা। ইয়াৰ বাবে, আমি প্ৰতিটো সমীকৰণৰে তালিকা 3.5ত দিয়াৰ দৰে, দুটাকৈ সমাধান বিচাৰি লওঁ।

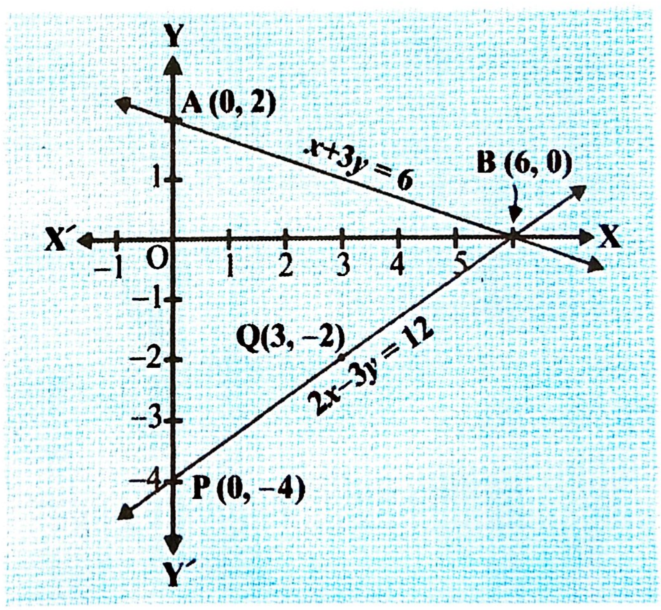
তালিকা 3.5

x	0	6
$y = \frac{6-x}{3}$	2	0

x	0	3
$y = \frac{2x-12}{3}$	-4	-2

লেখ কাকতত A(0, 2), B(6, 0), P(0, – 4) আৰু Q(3, – 2) বিন্দুকেইটা পাতি লোৱা আৰু এইকেইটা চিত্ৰ 3.5ত দিয়াৰ দৰে সংযোগ কৰি AB আৰু PQ ৰেখাদুটা আঁকা।

আমি লক্ষ্য কৰো যে AB আৰু PQ এই দুয়োটা ৰেখাৰ এটা সাধাৰণ বিন্দু B(6, 0) আছে। গতিকে $x = 6$ আৰু $y = 0$য়ে ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ সমাধান হয়। অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সমীকৰণযোৰ সংগত।



চিত্ৰ 3.5

উদাহৰণ 5 ঃ লেখৰ সহায়ত বিচাৰ কৰা— তলৰ সমীকৰণ যোৰৰ সমাধান হয়তো নাই, নাইবা অদ্বিতীয় সমাধান আছে, নাইবা অসীম সংখ্যক সমাধান আছে ঃ

$5x - 8y + 1 = 0$ ....(1)

$3x - \frac{24}{5}y + \frac{3}{5} = 0$ ....(2)

সমাধান ঃ সমীকৰণ (2)ক $\frac{5}{3}$ ৰে পূৰণ কৰি, আমি পাওঁ

$$5x - 8y + 1 = 0$$

কিন্তু ই সমীকৰণ (1)ৰ সৈতে একে। গতিকে সমীকৰণ (1) আৰু (2) য়ে বুজোৱা ৰেখা দুটা মিলি যায়। গতিকে সমীকৰণ (1) আৰু (2)ৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে।

লেখটোৰ ওপৰত কেইটামান বিন্দু বহাই তুমি নিজে পৰীক্ষা কৰা।

উদাহৰণ 6 ঃ কেইটামান পেণ্ট আৰু স্কাৰ্ট কিনাৰ বাবে চম্পা এখন দোকানলৈ গ'ল। বান্ধৱী এগৰাকীয়ে তাই প্ৰতিবিধৰে কেইটাকৈ কিনিলে সুধিলত তাই উত্তৰ দিলে— 'পেণ্ট যিমানটা কিনিলো তাৰ দুগুণতকৈ স্কাৰ্টৰ সংখ্যা দুটা কম। আকৌ পেণ্ট যিমানটা কিনিলো তাৰ চাৰিগুণতকৈ স্কাৰ্টৰ সংখ্যা চাৰিটা কম।'

চম্পাই পেণ্ট আৰু স্কাৰ্ট কেইটাকৈ কিনিলে উলিয়াবলৈ তাইৰ বন্ধুক সহায় কৰা।

সমাধান ঃ আমি পেণ্টৰ সংখ্যাক x আৰু স্কাৰ্টৰ সংখ্যাক yৰে সূচাওঁ। তেন্তে সমীকৰণ গঠন কৰিলে হ'ব—

$$y = 2x - 2 \qquad ..... (1)$$

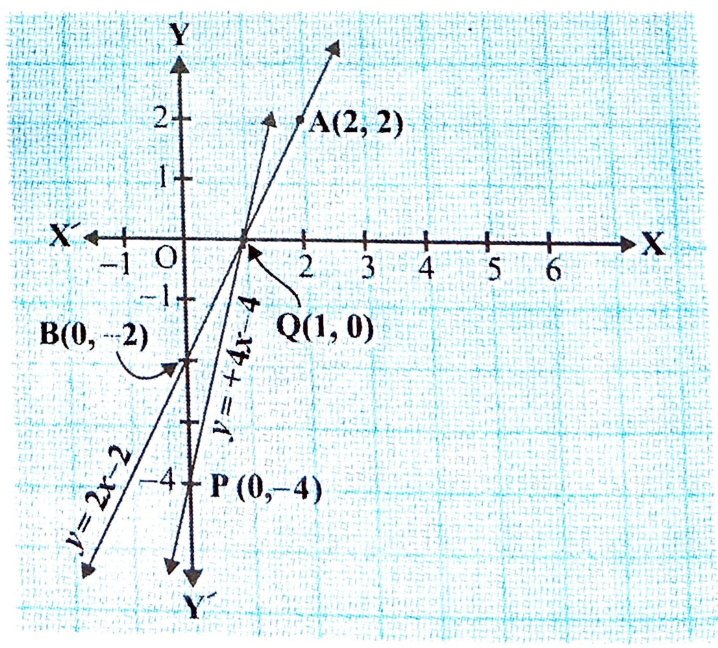
আৰু $$y = 4x - 4 \qquad ..... (2)$$

প্ৰতিটো সমীকৰণৰ দুটাকৈ সমাধান উলিয়াই সমীকৰণ (1) আৰু (2)ৰ লেখ দুটা অঁকা হ'ল। তালিকা 3.6 ত সমাধান কেইটা দিয়া হৈছে।

তালিকা 3.6

x	2	0
$y = 2x - 2$	2	-2

x	0	1
$y = 4x - 4$	-4	0



চিত্ৰ 3.6

বিন্দুবোৰ বহুওৱা আৰু চিত্ৰ 3.6ত দেখুওৱাৰ দৰে সমীকৰণকেইটাক বুজাবলৈ বিন্দুবোৰৰ মাজেৰে

যোৰা ৰেখা দুটা আঁকা।

ৰেখাদুটাই $(1, 0)$ বিন্দুটোত কটাকটি কৰিছে। গতিকে ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ $x = 1, y = 0$ য়ে উলিয়াবলগীয়া সমাধান, অর্থাৎ তাই কিনা পেণ্টৰ সংখ্যা 1 আৰু তাই কোনো স্কার্ট কিনা নাছিল।

সমাধানটোৱে প্রদত্ত সমস্যাটোৰ চৰ্তবোৰ সিদ্ধ কৰিছেনে নাই **পৰীক্ষা কৰা**।

অনুশীলনী 3.2

1. তলৰ সমস্যাবোৰত ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰ গঠন কৰা আৰু লৈখিকভাৱে সেইবোৰৰ সমাধান উলিওৱা।

   (i) এটা গণিত কুইজত দশম শ্ৰেণীৰ 10 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে অংশ গ্ৰহণ কৰিছিল। যদি ছাত্ৰতকৈ ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 4 বেছি, তেন্তে অংশ গ্ৰহণ কৰা ছাত্ৰ আৰু ছাত্ৰীৰ সংখ্যা উলিওৱা।

   (ii) 5 ডাল পেঞ্চিল আৰু 7টা পেনৰ দাম একেলগে 50 টকা আৰু 7 ডাল পেঞ্চিল আৰু 5 টা পেনৰ দাম একেলগে 46 টকা। এডাল পেঞ্চিল আৰু এটা পেনৰ দাম উলিওৱা।

2. $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ আৰু $\frac{c_1}{c_2}$ অনুপাতকেইটা ৰিজাই তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰকেইটাই বুজোৱা ৰেখা দুটাই এটা বিন্দুত কাটিব, নে সমান্তৰাল হ'ব নে লগলগা, তাক নির্ণয় কৰা ঃ

   (i) $5x - 4y + 8 = 0$
   $7x + 6y - 9 = 0$

   (ii) $9x + 3y + 12 = 0$
   $18x + 6y + 24 = 0$

   (iii) $6x - 3y + 10 = 0$
   $2x - y + 9 = 0$

3. $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ আৰু $\frac{c_1}{c_2}$ অনুপতকেইটা ৰিজাই নির্ণয় কৰা তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰকেইটা সংগত নে অসংগত।

   (i) $3x + 2y = 5$; $2x - 3y = 7$

   (ii) $2x - 3y = 8$; $4x - 6y = 9$

   (iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$; $9x - 10y = 14$

   (iv) $5x - 3y = 11$; $-10x + 6y = -22$

   (v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8$; $2x + 3y = 12$

Daily Assam

4. তলৰ কোনবোৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ সংগত/অসংগত? যদি সংগত, লেখৰ সহায়ত সমাধান উলিওৱা।

(i) $x + y = 5,\qquad 2x + 2y = 10$

(ii) $x - y = 8,\qquad 3x - 3y = 16$

(iii) $2x + y - 6 = 0,\qquad 4x - 2y - 4 = 0$

(iv) $2x - 2y - 2 = 0,\qquad 4x - 4y - 5 = 0$

5. এখন আয়তাকাৰ বাগিচাৰ প্ৰস্থতকৈ দীঘ 4 মিটাৰ বেছি। ইয়াৰ পৰিসীমাৰ আধা 36 মিটাৰ। বাগিচাখনৰ দীঘ, প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কৰা।

6. $2x + 3y - 8 = 0$ ৰৈখিক সমীকৰণটো দিয়া আছে। দুটা চলকত অইন এটা ৰৈখিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যাতে এইদৰে গঠন হোৱা ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰটোৰ জ্যামিতিক প্ৰদৰ্শনটো হ'ব—

(i) কটাকটি ৰেখা (ii) সমান্তৰাল ৰেখা

(iii) মিলি যোৱা ৰেখা।

7. $x - y + 1 = 0$ আৰু $3x + 2y - 12 = 0$ সমীকৰণ দুটাৰ লেখ অংকন কৰা। এই ৰেখা দুটাই x-অক্ষৰ লগত কৰা ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দুকেইটাৰ স্থানাংক উলিওৱা। ত্ৰিভুজীয় ক্ষেত্ৰটো প্ৰচ্ছাদিত কৰা।

3.4 এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণ সমাধান কৰা বীজীয় পদ্ধতি (Algebraic Methods of Solving a Pair of Linear Equations)

আগৰ অনুচ্ছেদত এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণক লৈখিকভাৱে কিদৰে সমাধান কৰিব পাৰি আমি আলোচনা কৰিছিলো। কিন্তু যেতিয়া ৰৈখিক সমীকৰণৰ সমাধান দিয়া বিন্দুটোৰ $\left(\sqrt{3}, 2\sqrt{7}\right)$, $(-1.75, 3.3)$, $\left(\frac{4}{13}, \frac{1}{19}\right)$, ইত্যাদি ধৰণৰ অনা-অখণ্ড সংখ্যাৰ স্থানাংক থাকে, সেই ক্ষেত্ৰত লৈখিক পদ্ধতিটো সুবিধাজনক নহয়। এই স্থানাংকবোৰ পঢ়োতে প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰতে ভুল কৰাৰ সম্ভাৱনা থাকে। সমাধান নিৰ্ণয় কৰাৰ অইন কিবা বেলেগ পদ্ধতি জানো আছে? এনে বীজীয় পদ্ধতি অনেক আছে যিবোৰ আমি এতিয়া আলোচনা কৰিম।

3.4.1 প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতি (Substitution Method) ঃ কেইটামান উদাহৰণ লৈ আমি প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিটো ব্যাখ্যা কৰিম।

উদাহৰণ 7 ঃ তলৰ সমীকৰণযোৰ প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিৰে সমাধা কৰা ঃ

$$7x - 15y = 2 \quad ....(1)$$

$$x + 2y = 3 \quad ....(2)$$

সমাধান ঃ

সোপান 1 ঃ আমি যিকোনো এটা সমীকৰণ ল'ম আৰু ইয়াৰ এটা চলকক আনটোৰ পদত থকাকৈ লিখিম। আমি সমীকৰণ (2) ল'ম

$$x + 2y = 3$$

ইয়াক লিখো $x = 3 - 2y \quad ....(3)$

সোপান 2 ঃ xৰ মান সমীকৰণ (1)ত বহুৱাই, পাওঁ

$$7(3 - 2y) - 15y = 2$$

অৰ্থাৎ $21 - 14y - 15y = 2$

অৰ্থাৎ $-29y = -19$

গতিকে $y = \frac{19}{29}$

সোপান 3 ঃ yৰ মান সমীকৰণ (3)ত বহুৱাই, পাওঁ

$$x = 3 - 2\left(\frac{19}{29}\right) = \frac{49}{29}$$

গতিকে সমাধানটো হ'ব, $x = \frac{49}{29}, y = \frac{19}{29}$

সত্যাপন ঃ $x = \frac{49}{29}$ আৰু $y = \frac{19}{29}$ দুয়োটা সমীকৰণ (1) আৰু (2)ত বহুৱাই পৰীক্ষা কৰি চোৱা যে ইহঁত সিদ্ধ হৈছে। প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিক বেছি স্পষ্টভাৱে বুজিবলৈ আমি এতিয়া পৰ্যায়ক্ৰমে বিবেচনা কৰিম ঃ

সোপান 1 ঃ যিকোনো এটা সমীকৰণৰপৰা সুবিধাজনক হোৱা ধৰণে এটা চলকৰ যেনে yৰ, মান অইনটো চলকৰ পদত লিখা, অৰ্থাৎ x।

সোপান 2 ঃ yৰ এই মানটো অইনটো সমীকৰণত বহুৱা আৰু ইয়াক এটা চলকৰ পদত লিখি, যেনে xৰ এটা চলকৰ সমীকৰণলৈ পৰিৱৰ্তিত কৰা। তলৰ উদাহৰণ 9 আৰু 10ৰ দৰে, কেতিয়াবা তুমি কোনো চলক নোহোৱা বিবৃতি (উক্তি) পাব পাৰা। যদি এই বিবৃতিটো সত্য, তুমি সিদ্ধান্ত ল'ব পাৰা যে ৰৈখিক সমীকৰণযোৰটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। যদি এই বিবৃতিটো অসত্য, তেন্তে ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ অসংগত।

সোপান 3 ঃ অইনটো চলকৰ মান পাবলৈ সোপান-1ত ব্যৱহাৰ কৰা সমীকৰণটোত সোপান- 2ত পোৱা x (বা y)ৰ মানটো বহুৱা।

মন্তব্য ঃ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ সমাধা কৰিবলৈ আমি এটা চলকৰ মানটোক আনটো চলকৰ পদত উলিয়াই লৈ প্ৰতিষ্ঠা (বহুৱাই) কৰিছিলো। সেয়ে এই পদ্ধতিটোৰ নাম প্ৰতিস্থাপন পদ্ধতি।

উদাহৰণ 8 ঃ অনুশীলনী 3.1ৰ প্ৰশ্ন-1টো প্ৰতিস্থাপন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা ৰহিম আৰু তেওঁৰ জীয়েকৰ বয়স (বছৰত) অনুক্ৰমে s আৰু t। তেন্তে এই পৰিস্থিতিটোক বৰ্ণোৱা ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ হ'ব,

$s - 7 = 7\,(t - 7)$, অৰ্থাৎ $s - 7t + 42 = 0$ ....(1)

আৰু $s + 3 = 3\,(t + 3)$, অৰ্থাৎ $s - 3t = 6$ ....(2)

বা $s = 6 + 3t$

sৰ এই মানটো সমীকৰণ (1)ত বহুৱাই, আমি পাওঁ—

$(3t + 6) - 7t + 42 = 0,$

অৰ্থাৎ $4t = 48$, যাৰ পৰা $t = 12$

tৰ মানটো সমীকৰণ (2)ত বহুৱাই, আমি পাওঁ,

$s = 3\,(12) + 6 = 42$

গতিকে, ৰহিম আৰু তেওঁৰ জীয়েকৰ বয়স ক্ৰমে 42 আৰু 12 বছৰ।

উদাহৰণ 9 ঃ অনুচ্ছেদ 3.3ত থকা উদাহৰণ-2টো আমি লওঁ আহা। 2 ডাল পেঞ্চিল আৰু 3 ডাল ৰবৰৰ দাম 9 টকা; আৰু 4 ডাল পেঞ্চিল আৰু 3 ডাল ৰবৰৰ দাম 18 টকা। প্ৰতিডাল পেঞ্চিল আৰু ৰবৰৰ দাম উলিওৱা।

সমাধান ঃ গঠন কৰা ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ আছিল—

$2x + 3y = 9$ (1)

$4x + 6y = 18$ (2)

$2x + 3y = 9$ সমীকৰণটোৰ পৰা আমি প্ৰথমে xৰ মান yৰ পদত প্ৰকাশ কৰি পাওঁ—

$$x = \frac{9 - 3y}{2} \qquad (3)$$

এতিয়া আমি xৰ এই মানটো সমীকৰণ (2)ত বহুৱাই পাওঁ,

$$\frac{4(9 - 3y)}{2} + 6y = 18$$

অৰ্থাৎ $\quad 18 - 6y + 6y = 18$

অৰ্থাৎ $\quad 18 = 18$

এই উক্তিটো yৰ সকলো মানৰ ক্ষেত্ৰত সত্য। তথাপিও, আমি সমাধান হিচাপে yৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট মান পাব নোৱাৰো। সেয়েহে আমি xৰো কোনো নিৰ্দিষ্ট মান পাব নোৱাৰো। এই পৰিস্থিতিটো উদ্ভৱ হোৱাৰ কাৰণ হ'ল প্ৰকৃততে দুয়োটা সমীকৰণে একে। সেয়ে সমীকৰণ (1) আৰু (2)ৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। লক্ষ্য কৰা যে আমি এই একেটা সমাধান লৈখিকভাৱেও পাইছো (অনুচ্ছেদ 3.2ৰ চিত্ৰ 3.3 চোৱা) আমি পেঞ্চিল আৰু ৰবৰৰ একোটা অদ্বিতীয় দাম পাব নোৱাৰো। কাৰণ প্ৰদত্ত পৰিস্থিতিটোত বহুতো উমৈহতীয়া সমাধান আছে।

উদাহৰণ 10 ঃ অনুচ্ছেদ 3.2ৰ উদাহৰণ 3টো আমি লওঁ আহা। ৰেলপথ দুটাই কটাকটি কৰিবনে ?

সমাধান ঃ গঠন কৰা ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ আছিল ঃ

$x + 2y - 4 = 0 \qquad ....(1)$

$2x + 4y - 12 = 0 \qquad ....(2)$

সমীকৰণ (1)ৰ পৰা xক yৰ পদত প্ৰকাশ কৰি আমি পাওঁ,

$$x = 4 - 2y$$

সমীকৰণ (2)ত xৰ এই মানটো বহুৱাই পাওঁ,

$$2(4 - 2y) + 4y - 12 = 0$$

বা $\quad 8 - 12 = 0$

বা $\quad -4 = 0$

যিটো উক্তি অসত্য।

গতিকে সমীকৰণযোৰৰ এটা উমৈহতীয়া সমাধান নাই। গতিকে ৰেলপথ দুটাই পৰস্পৰ কটাকটি নকৰে।

অনুশীলনী 3.3

1. প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিৰে তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰবোৰ সমাধা কৰা ঃ

(i) $x + y = 14$
$x - y = 4$

(ii) $s - t = 3$
$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

(iii) $3x - y = 3$
$9x - 3y = 9$

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$
$0.4x + 0.5y = 2.3$

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$
$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$
$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

2. $2x + 3y = 11$ আৰু $2x - 4y = -24$ক সমাধা কৰা। ইয়াৰপৰা 'm'ৰ মান উলিওৱা যাতে $y = mx + 3$।

3. তলৰ সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ গঠন কৰা আৰু প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতিৰে সিহঁতৰ সমাধান উলিওৱা।

(i) দুটা সংখ্যাৰ পাৰ্থক্য 26। এটা সংখ্যা আনটোৰ তিনিগুণ হ'লে সংখ্যা দুটা উলিওৱা।

(ii) দুটা সম্পূৰক (supplementary) কোণৰ ডাঙৰটো সৰুটোতকৈ 18 ডিগ্ৰী বেছি। কোণ দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) এটা ক্ৰিকেট দলৰ প্ৰশিক্ষকজনে 7 খন বেট আৰু 6 টা বল কিনে 3800 টকাত। পিছত তেওঁ 3 খন বেট আৰু 5টা বল কিনে 1750 টকাত। প্ৰতিখন বেট আৰু প্ৰতিটো বলৰ দাম উলিওৱা।

(iv) এখন চহৰৰ টেক্সি ভাড়াত এটা নিৰ্দিষ্ট ভাড়াৰ লগত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বৰ ভাড়াটো লগলাগি থাকে। 10 কি.মি. দূৰত্বৰ বাবে দিবলগীয়া ভাড়া 105 টকা আৰু 15 কি.মি. ভ্ৰমণ এটাৰ বাবে দিবলগীয়া ভাড়া 155 টকা। নিৰ্দিষ্ট আৰু প্ৰতি কি.মি. ভ্ৰমণ এটাৰ ভাড়া কিমান? 25 কি.মি. দূৰত্ব ভ্ৰমণ কৰিবলগীয়া মানুহ এজনে ভাড়া কিমান দিবলগীয়া হ'ব?

(v) এটা ভগ্নাংশত যদি লব আৰু হৰ উভয়তে 2 যোগ কৰা হয় তেন্তে ভগ্নাংশটো হয় $\frac{9}{11}$। যদি লব আৰু হৰ উভয়তে 3 যোগ কৰা হয়, তেন্তে ভগ্নাংশটো হয় $\frac{5}{6}$। ভগ্নাংশটো উলিওৱা।

(vi) আজিৰপৰা পাঁচ বছৰ পিছত জেকবৰ বয়স তেওঁৰ পুত্ৰতকৈ তিনিগুণ হ'ব। পাঁচ বছৰ আগতে জেকবৰ বয়স তেওঁৰ পুত্ৰতকৈ সাতগুণ আছিল। তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?

3.4.2. অপনয়ন পদ্ধতি (Elimination Method)

এতিয়া আমি এটা চলক অপনয়ন (আতৰোঁৱা) কৰা অইন পদ্ধতি এটা বিবেচনা কৰোঁ। প্রতিষ্ঠাপন পদ্ধতিতকৈ কেতিয়াবা এই পদ্ধতিটো বেছি সুবিধাজনক। এই পদ্ধতিটোৱে কেনেকৈ কাম কৰে আমি চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 11 ঃ দুজন মানুহৰ আয়ৰ অনুপাত 9 : 7 আৰু তেওঁলোকৰ খৰচৰ অনুপাত 4 : 3। যদি তেওঁলোকৰ প্রত্যেকে প্রতিমাহে 2000 টকা ৰাহি কৰিবলৈ সক্ষম হয়, তেওঁলোকৰ মাহিলী আয় কিমান?

সমাধান ঃ মানুহ দুজনৰ আয়ক আমি $9x$ টকা আৰু $7x$ টকাৰে সূচাওঁ। তেওঁলোকৰ খৰচক আমি $4y$ টকা আৰু $3y$ টকাৰে (যথাক্রমে) সূচাওঁ আহা। তেন্তে এই পৰিস্থিতিত গঠন কৰিবলগীয়া সমীকৰণ দুটা হ'ব—

$$9x - 4y = 2000 \quad \ldots(1)$$

আৰু $$7x - 3y = 2000 \quad \ldots(2)$$

সোপান 1 ঃ সমীকৰণ (1)ক 3ৰে আৰু সমীকৰণ (2)ক 4 ৰে পূৰণ কৰোঁ যাতে yৰ সহগ দুয়োটাতে সমান হয়। তেতিয়া আমাৰ সমীকৰণ দুটা হ'ব—

$$27x - 12y = 6000 \quad \ldots(3)$$

$$28x - 12y = 8000 \quad \ldots(4)$$

সোপান 2 ঃ সমীকৰণ (3)ক সমীকৰণ (4)ৰ পৰা বিয়োগ কৰিলে, y অপনয়ন হ'ব, কাৰণ yৰ সহগবোৰ একে। তেন্তে আমি পাম,

$$(28x - 27x) - (12y - 12y) = 8000 - 6000$$

বা, $$x = 2000$$

সোপান 3 ঃ xৰ এই মানটো (1)ত বহুৱাই পাওঁ—

$$9(2000) - 4y = 2000$$

বা $$y = 4000$$

গতিকে সমীকৰণ দুটাৰ সমাধান $x = 2000$, $y = 4000$। গতিকে মানুহ দুজনৰ মাহিলী আয় যথাক্রমে 18,000 টকা আৰু 14,000 টকা।

সত্যাপন ঃ 18000 : 14000 = 9 : 7। আকৌ তেওঁলোকৰ খৰচৰ অনুপাত

= 18000 – 2000 : 14000 – 2000 = 16000 : 12000 = 4 : 3

মন্তব্য ঃ

1. ওপৰৰ উদাহৰণটোক সমাধা কৰিবলৈ লোৱা পদ্ধতিটোক **অপনয়ন পদ্ধতি** বোলে। কাৰণ এটা চলকৰ এটা ৰৈখিক সমীকৰণ পাবলৈ আমি প্রথমে এটা চলক আঁতৰাইছো (অপনয়ন

কৰিছোঁ)। ওপৰৰ উদাহৰণটোত আমি yক অপনয়ন কৰিছোঁ। আমি xকো অপনয়ন কৰিব পাৰিলোহেঁতেন। তেনে ধৰণে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা।

2. এই সমস্যাটো সমাধা কৰিবলৈ তোমালোকে প্ৰতিষ্ঠাপন নাইবা লৈখিক পদ্ধতিও ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিলাহেঁতেন। তেনেদৰে কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা আৰু চোৱা কোনটো পদ্ধতি বেছি সুবিধাজনক।

অপনয়ন পদ্ধতিৰ এই সোপানবোৰ আমি লিখি লওঁ আঁহা ঃ

সোপান 1 ঃ প্ৰথমতে এটা চলকৰ (x নাইবা yৰ) সহগবোৰ সাংখ্যিকভাৱে সমান কৰিবলৈ দুয়োটা সমীকৰণকে এটা উপযুক্ত অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ কৰা।

সোপান 2 ঃ পিছত এটা সমীকৰণক আনটোৰ পৰা বিয়োগ কৰা বা যোগ কৰা যাতে এটা চলকৰ অপনয়ন হয়। যদি তুমি এটা চলকৰ এটা সমীকৰণ পোৱা, তেন্তে সোপান-3 লৈ যোৱা।

যদি আমি সোপান-2ত কোনো চলক নথকা এটা সত্য উক্তি পাওঁ, তেন্তে মূল সমীকৰণযোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব।

যদি আমি সোপান-2ত কোনো চলক নথকা এটা অসত্য উক্তি পাওঁ, তেতিয়া মূল সমীকৰণযোৰৰ কোনো সমাধান নাথাকে। অৰ্থাৎ সমীকৰণযোৰ অসংগত।

সোপান 3 ঃ এটা চলকত (x বা y) থকা এনেদৰে পোৱা সমীকৰণটোক তাৰ মান পাবলৈ সমাধা কৰা।

সোপান 4 ঃ x (বা y)ৰ এই মানটো মূল সমীকৰণযোৰৰ যিকোনো এটাত বহুৱা যাতে অইনটো চলকৰ মান পোৱা।

এইবোৰ বৰ্ণনাৰ বাবে আৰু কেইটামান উদাহৰণ আমি সমাধা কৰিম।

উদাহৰণ 12 ঃ তলৰ ৰৈখিক সমীৰণযোৰৰ আটাইবোৰ সম্ভৱপৰ সমাধান পাবলৈ অপনয়ন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰা ঃ

$$2x + 3y = 8 \qquad \ldots(1)$$
$$4x + 6y = 7 \qquad \ldots(2)$$

সমাধান ঃ

সোপান 1 ঃ সমীকৰণ (1)ক 2ৰে আৰু সমীকৰণ (2)ক 1ৰে পূৰণ কৰি লোৱা যাতে xৰ সহগবোৰ সমান হয়। তেতিয়া আমি সমীকৰণবোৰ এনেদৰে পাম ঃ

$$4x + 6y = 16 \qquad \ldots(3)$$
$$4x + 6y = 7 \qquad \ldots(4)$$

সোপান 2 ঃ সমীকৰণ (4)ক সমীকৰণ (3)ৰ পৰা বিয়োগ কৰিলে,

$$(4x - 4x) + (6y - 6y) = 16 - 7$$

বা $0 = 9$, যিটো এটা অসত্য উক্তি।

গতিকে সমীকৰণযোৰৰ কোনো সমাধান নাই।

উদাহৰণ 13 ঃ দুটা অংক বিশিষ্ট এটা সংখ্যা আৰু সেই সংখ্যাটোৰ অংক দুটা সালসলনি কৰি পোৱা সংখ্যাটো যোগ কৰিলে 66 হয়। যদি সংখ্যাটোৰ অংক দুটাৰ পাৰ্থক্য 2, সংখ্যাটো উলিওৱা। এনে সংখ্যা কিমানটা আছে?

সমাধান ঃ ধৰা প্ৰথম সংখ্যাটোৰ দহকৰ অংকটো x আৰু এককৰ অংকটো y। গতিকে সংখ্যাটোক $10x + y$ ধৰণে বিস্তৃত আকাৰত লিখিব পাৰি [যেনে $56 = 10(5) + 6$]

যেতিয়া অংক দুটা সালসলনি কৰা হয়, তেতিয়া x এককৰ অংক আৰু y দহকৰ অংক হ'ব। বিস্তৃত আকাৰত এই সংখ্যাটো হ'ব $10y + x$ [যেনে 56 যেতিয়া ওলোটাই লিখা হয়, তেন্তে পাম $65 = 10(6) + 5$]।

দিয়া চৰ্ত অনুসৰি,

$$(10x + y) + (10y + x) = 66$$

বা $11(x + y) = 66$

বা $x + y = 6$ ....(1)

আকৌ দিয়া আছে যে সংখ্যা দুটাৰ পাৰ্থক্য 2। গতিকে

হয় $x - y = 2$ ....(2)

বা $y - x = 2$ ....(3)

যদি $x - y = 2$, তেন্তে (1) আৰু (2) ক অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰি পাওঁ $x = 4$ আৰু $y = 2$।

এই ক্ষেত্ৰত আমি সংখ্যাটো পাওঁ, 42।

যদি $y - x = 2$, তেন্তে (1) আৰু (3) অপনয়নেৰে সমাধা কৰি পাওঁ, $x = 2$ আৰু $y = 4$।

এইক্ষেত্ৰত আমি সংখ্যাটো পাওঁ 24।

গতিকে এনে সংখ্যা দুটা আছে 42 আৰু 24।

সত্যাপন ঃ ইয়াত $42 + 24 = 66$ আৰু $4 - 2 = 2$। আকৌ $24 + 42 = 66$ আৰু $4 - 2 = 2$।

অনুশীলনী 3.4

1. তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণকেইযোৰ অপনয়ন পদ্ধতিৰে আৰু প্ৰতিস্থাপন পদ্ধতিৰে সমাধা কৰা ঃ

(i) $x+y=5$ আৰু $2x-3y=4$ (ii) $3x+4y=10$ আৰু $2x-2y=2$

(iii) $3x-5y-4=0$ আৰু $9x=2y+7$ (iv) $\frac{x}{2}+\frac{2y}{3}=-1$ আৰু $x-\frac{y}{3}=3$

(v) $\frac{3y}{2}-\frac{5x}{3}=-2$ আৰু $\frac{y}{3}+\frac{x}{3}=\frac{13}{16}$ (vi) $x-y=3$ আৰু $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=6$

(vii) $\frac{8}{x}-\frac{9}{y}=1$ আৰু $\frac{10}{x}+\frac{6}{y}=7$

2. তলৰ সমস্যাবোৰৰ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ গঠন কৰা আৰু সিহঁতৰ সমাধান (যদি থাকে) অপনয়ন পদ্ধতিৰে উলিওৱা ঃ

(i) যদি আমি লবত 1 যোগ কৰোঁ আৰু হৰৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰো এটা ভগ্নাংশ হয়গৈ 1। আমি যদি অকল হৰটোতহে 1 যোগ কৰো তেন্তে ই হয়গৈ $\frac{1}{2}$ । ভগ্নাংশটো কি?

(ii) পাঁচ বছৰ আগতে নুৰৰ বয়স চুনুৰ তিনিগুণ আছিল। দহ বছৰ পিছত নুৰ চুনুৰ দুগুণ ডাঙৰ হ'ব। নুৰ আৰু চুনুৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?

(iii) দুটা অংকৰ সংখ্যা এটাৰ অংক দুটাৰ সমষ্টি 9। আকৌ এই সংখ্যাটোৰ ন গুণ ল'লে সংখ্যাটোৰ অংক দুটাক সালসলনি কৰি পোৱা সংখ্যাটোৰ দুগুণৰ সমান হয়। সংখ্যাটো উলিওৱা।

(iv) মীনাই 2000 টকা উলিয়াবলৈ এটা বেংকলৈ গ'ল। তাই ধনভৰালীক মাত্ৰ 50 টকীয়া আৰু 100 টকীয়া নোটহে দিবলৈ ক'লে। মীনাই মুঠতে 25 খন নোট পালে। তাই 50 টকীয়া আৰু 100 টকীয়া নোট কেইখনকৈ পালে?

(v) কিতাপ ধাৰলৈ দিয়া এটা লাইব্ৰেৰীত প্ৰথম তিনিদিনৰ কাৰণে এটা নিৰ্দিষ্ট মাচুল আৰু পিছৰ প্ৰতিটো দিনৰ কাৰণে এটা ওপৰঞ্চি মাচুল লয়। ৰিতাই এখন কিতাপ সাত দিন ৰখাৰ বাবে মাচুল দিয়ে 27 টকা আৰু শচীয়ে এখন কিতাপ পাঁচদিন ৰখাৰ বাবে মাচুল দিয়ে 21 টকা। নিৰ্দিষ্ট মাচুল আৰু প্ৰতিদিনে দিবলগীয়া ওপৰঞ্চি মাচুলৰ নিৰিখ কিমান উলিওৱা।

3.4.3 তিৰ্যক গুণন (বা বজ্ৰ-গুণন) পদ্ধতি (Cross - Multiplication Method)

এতিয়ালৈকে তোমালোকে দুটা চলকৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ এটাক কিদৰে লৈখিক, প্ৰতিস্থাপন আৰু অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধা কৰিব পাৰি তাক শিকিলা। ইয়াত আমি এই সমীকৰণবোৰ সমাধা

কৰাৰ আৰু এটা বীজীয় পদ্ধতি তোমালোকক পৰিচিত কৰি দিম যিটো বিভিন্ন কাৰণত উপকাৰী। বেছি আগবঢ়াৰ আগতে আমি তলৰ পৰিস্থিতি এটা বিচাৰ কৰি চাওঁ আহা।

5 টা কমলা আৰু 3টা আপেলৰ দাম 35 টকা, আৰু 2 টা কমলা আৰু 4 টা আপেলৰ দাম 28 টকা। এটা কমলা আৰু এটা আপেলৰ দাম আমি উলিয়াওঁ আহা।

ধৰা আমি এটা আপেলৰ দামক x টকা আৰু এটা কমলাৰ দামক y টকাৰে সূচাওঁ। তেন্তে, গঠন কৰিবলগীয়া সমীকৰণ দুটা হ'ব,

$5x + 3y = 35$, বা $\quad 5x + 3y - 35 = 0 \quad$ ....(1)

$2x + 4y = 28$, বা $\quad 2x + 4y - 28 = 0 \quad$ ....(2)

সমীকৰণ দুটা সমাধা কৰিবলৈ আমি অপনয়ন প্ৰণালী লওঁ আহা।

সমীকৰণ (1)ক 4ৰে আৰু সমীকৰণ (2)ক 3ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ,

$$(4)(5)x + (4)(3)y + (4)(-35) = 0 \quad ....(3)$$

$$(3)(2)x + (3)(4)y + (3)(-28) = 0 \quad ....(4)$$

সমীকৰণ (3)ৰ পৰা সমীকৰণ (4) বিয়োগ কৰিলে,

$$[(5)(4) - (3)(2)]x + [(4)(3) - (3)(4)]y + [4(-35) - (3)(-28)] = 0$$

গতিকে $\quad x = \dfrac{-[(4)(-35) - (3)(-28)]}{(5)(4) - (3)(2)}$

বা $\quad x = \dfrac{(3)(-28) - (4)(-35)}{(5)(4) - (2)(3)} \quad$ ....(5)

যদি (1) আৰু (2) সমীকৰণ দুটাক $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ আৰু $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ হিচাপে লিখো, তেন্তে আমি পাওঁ,

$a_1 = 5, b_1 = 3, c_1 = -35, a_2 = 2, b_2 = 4, c_2 = -28.$

তেন্তে সমীকৰণ (5)ক আমি লিখিব পাৰোঁ, $x = \dfrac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$,

একেদৰে $\quad y = \dfrac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

সমীকৰণ (5)ক সৰল কৰিলে আমি পাওঁ,

$$x = \frac{-84 + 140}{20 - 6} = 4$$

একেদৰে $y = \frac{(-35)(2) - (5)(-28)}{20 - 6} = \frac{-70 + 140}{14} = 5$

গতিকে $x = 4$, $y = 5$ য়ে প্ৰদত্ত সমীকৰণযোৰৰ সমাধান।

তেতিয়া, কমলাৰ দাম 4 টকা আৰু আপেলৰ দাম 5 টকা।

সত্যাপন ঃ কমলা 5টাৰ দাম + আপেল 3টাৰ দাম = 20 টকা + 15 টকা = 35 টকা

2টা কমলাৰ দাম + 4টা আপেলৰ দাম = 8 টকা + 20 টকা = 28 টকা

আমি এতিয়া চাওঁ, দুটা চলকত তলত দিয়া যিকোনো ৰৈখিক সমীকৰণ এযোৰৰ সমাধানৰ কাৰণে এই পদ্ধতিটোৱে কিদৰে কাম কৰে ঃ

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \qquad (1)$$

আৰু $$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \qquad (2)$$

ওপৰত দেখুওৱাৰ দৰে x আৰু yৰ মান পাবলৈ, আমি তলৰ সোপানকেইটা অনুসৰণ কৰিম ঃ

সোপান 1 ঃ সমীকৰণ (1)ক b_2 আৰু সমীকৰণ (2)ক b_1 ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ,

$$b_2a_1x + b_2b_1y + b_2c_1 = 0 \qquad ....(3)$$

$$b_1a_2x + b_1b_2y + b_1c_2 = 0 \qquad ....(4)$$

সোপান 2 ঃ সমীকৰণ (4)ক (3)ৰ পৰা বিয়োগ কৰি, আমি পাওঁ—

$$(b_2a_1 - b_1a_2)\, x + (b_2b_1 - b_1b_2)\, y + (b_2c_1 - b_1c_2) = 0$$

অৰ্থাৎ $$(b_2a_1 - b_1a_2)\, x = b_1c_2 - b_2c_1$$

গতিকে $$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \ (a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0 \text{ ধৰি}) \qquad ....(5)$$

সোপান 3 ঃ xৰ এই মানটো (1) নাইবা (2)ত বহুৱাই পাওঁ,

$$y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad ....(6)$$

এতিয়া দুটা ক্ষেত্ৰ ওলাব ঃ

ক্ষেত্ৰ-1 ঃ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, যদি আমি লিখোঁ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$। তেতিয়া ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ এটা অদ্বিতীয় সমাধান থাকিব।

ক্ষেত্ৰ-2 ঃ $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$, যদি আমি লিখোঁ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = k$, তেন্তে $a_1 = k\, a_2$, $b_1 = k\, b_2$.

a_1, b_1ৰ এই মান সমীকৰণ (1)ত বহুৱাই আমি পাওঁ—

$$k\,(a_2x + b_2y) + c_1 = 0 \qquad \text{....(7)}$$

লক্ষ্য কৰিব পাৰি যে সমীকৰণ (7) আৰু (2) উভয়ে সিদ্ধ হ'ব পাৰে যদিহে $c_1 = k\,c_2$, অৰ্থাৎ $\frac{c_1}{c_2} = k$.

যদি $c_1 = k\,c_2$, সমীকৰণ (2)ৰ যিকোনো সমাধানেই সমীকৰণ (1)ক সিদ্ধ কৰিব আৰু বিপৰীতভাৱে। গতিকে যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$, তেন্তে (1) আৰু (2) ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে।

যদি $c_1 \neq k\,c_2$, তেন্তে সমীকৰণ (1)ৰ কোনো সমাধানেই সমীকৰণ (2)ক সিদ্ধ নকৰিব আৰু বিপৰীতভাৱে, সেয়ে সমীকৰণযোৰৰ কোনো সমাধান নাই।

আমি সমীকৰণ (1) আৰু (2)ৰ ক্ষেত্ৰত তলত দিয়াৰ দৰে ওপৰৰ আলোচনাখিনিৰ সাৰাংশ এটা এইদৰে পাম ঃ

(i) যেতিয়া $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, আমি এটা অদ্বিতীয় সমাধান পাম।

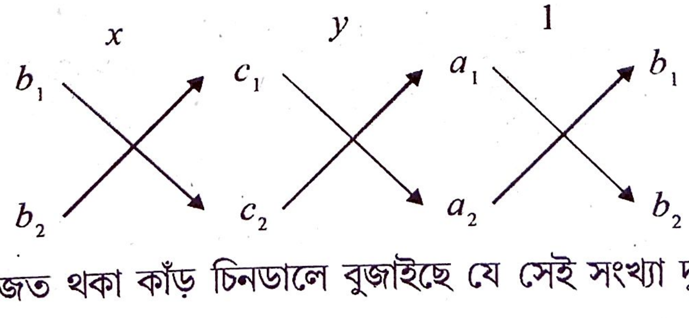
(ii) যেতিয়া $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, অসীম সংখ্যক সমাধান থাকে।

(iii) যেতিয়া $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, কোনো সমাধান নাথাকে।

লক্ষ্য কৰা যে সমীকৰণ (5) আৰু (6)য়ে দিয়া সমাধানটো তোমালোকে তলত দিয়া ধৰণে লিখিব পাৰা ঃ

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad \text{....(8)}$$

এই ফলটো মনত ৰাখিবলৈ তোমালোকৰ তলৰ চিত্ৰটো সহায়ক হ'ব ঃ



দুটা সংখ্যাৰ মাজত থকা কাঁড় চিনডালে বুজাইছে যে সেই সংখ্যা দুটাক পূৰণ কৰি দ্বিতীয়

পূৰণফলটোক প্ৰথমটোৰ পৰা বিয়োগ কৰিব লাগে।

এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণক এই পদ্ধতিৰে সমাধা কৰিবলৈ হ'লে আমি তলৰ সোপানবোৰ অনুসৰণ কৰিম ঃ

সোপান 1 ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণ দুটাক (1) আৰু (2)ৰ আৰ্হিত লিখি লোৱা।

সোপান 2 ঃ ওপৰৰ চিত্ৰৰ সহায় লৈ (8)ত দিয়াৰ দৰে সমীকৰণ দুটা লিখা।

সোপান 3 ঃ যদি $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, তেন্তে x আৰু y উলিওৱা।

ওপৰৰ সোপান-2য়ে তোমাক এটা সংকেত দিব এই পদ্ধতিটোক কিয় **তিৰ্যক-গুণন প্ৰণালী** বুলি কোৱা হয়।

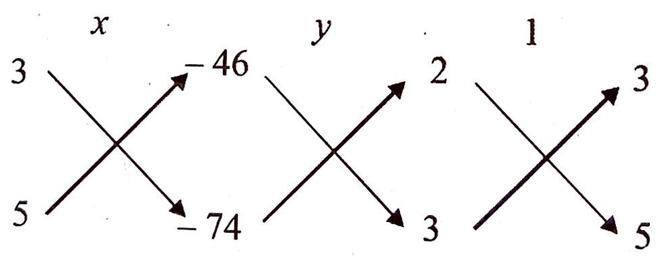
উদাহৰণ 14 ঃ গুৱাহাটীৰ বাছষ্টেণ্ডৰ পৰা আমি যদি আজাৰালৈ 2টা টিকট আৰু চাংসাৰিলৈ 3টা টিকট কিনো, মুঠ খৰছ হয় 46 টকা; কিন্তু যদি আজাৰালৈ 3টা টিকট আৰু চাংসাৰিলৈ 5টা টিকট কিনো, তেন্তে মুঠ খৰছ হয় 74 টকা। গুৱাহাটী বাছষ্টেণ্ডৰ পৰা আজাৰালৈ আৰু চাংসাৰিলৈ ভাড়া দুটা উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল গুৱাহাটীৰ বাছষ্টেণ্ডৰ পৰা আজাৰালৈ ভাড়া x টকা আৰু চাংসাৰিলৈ y টকা। দিয়া তথ্যমতে, আমি পাওঁ,

$$2x + 3y = 46, \quad \text{বা} \quad 2x + 3y - 46 = 0 \qquad \text{....(1)}$$

$$3x + 5y = 74, \quad \text{বা} \quad 3x + 5y - 74 = 0 \qquad \text{....(2)}$$

তিৰ্যক-গুণন প্ৰণালীৰে সমীকৰণ দুটা সমাধা কৰিবলৈ, আমি তলত দিয়াৰ দৰে চিত্ৰটো আঁকি লওঁ ঃ



তেন্তে $\dfrac{x}{(3)(-74)-(5)(-46)} = \dfrac{y}{(-46)(3)-(-74)(2)} = \dfrac{1}{(2)(5)-(3)(3)}$

বা $\dfrac{x}{-222+230} = \dfrac{y}{-138+148} = \dfrac{1}{10-9}$

বা $\dfrac{x}{8} = \dfrac{y}{10} = \dfrac{1}{1}$

বা $\quad \frac{x}{8} = \frac{1}{1}$ আৰু $\frac{y}{10} = \frac{1}{1}$

বা $\quad x = 8$ আৰু $y = 10$

গতিকে গুৱাহাটীৰ বাছষ্টেণ্ডৰপৰা আজাৰালৈ ভাড়া 8 টকা আৰু চাংসাৰিলৈ ভাড়া 10 টকা।

সত্যাপন ঃ সমস্যাটোৰপৰা তুমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা যে আমি পোৱা সমাধানটো শুদ্ধ।

উদাহৰণ 15 ঃ pৰ কি মানৰ বাবে তলত দিয়া সমীকৰণযোৰৰ এটা অদ্বিতীয় সমাধান আছে?

$$4x + py + 8 = 0$$

$$2x + 2y + 2 = 0$$

সমাধান ঃ ইয়াত, $a_1 = 4$, $a_2 = 2$, $b_1 = p$, $b_2 = 2$।

এতিয়া সমীকৰণযোৰৰ এটা অদ্বিতীয় সমাধান থাকিবলৈ হ'লে ঃ

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

বা $\quad \frac{4}{2} \neq \frac{p}{2}$

বা $\quad p \neq 4$

গতিকে pৰ 4ৰ বাহিৰে সকলো মানৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰদত্ত সমীকৰণযোৰৰ এটা অদ্বিতীয় সমাধান থাকিব।

উদাহৰণ 16 ঃ kৰ কি মানৰ বাবে তলৰ বৈখিক সমীকৰণযোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব?

$$kx + 3y - (k - 3) = 0$$

$$12x + ky - k = 0$$

সমাধান ঃ ইয়াত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{12}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{k}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{k-3}{k}$

বৈখিক সমীকৰণ এযোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিবলৈ হ'লে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

গতিকে আমাক লাগে, $\quad \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$

বা $\quad \frac{k}{12} = \frac{3}{k}$

য'ৰ পৰা $\quad k^2 = 36$, অৰ্থাৎ $k = \pm 6$

আকৌ $\frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$ ৰ পৰা $3k = k^2 - 3k$,

বা $6k = k^2$, ইয়ে বুজায় $k = 0$ বা $k = 6$।

গতিকে দুয়োটা চৰ্ত পূৰণ কৰিবলৈ kৰ মান হ'ব 6। এই মানটোৰ ক্ষেত্ৰত ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব।

অনুশীলনী 3.5

1. তলৰ কোনকেইটা ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰৰ অদ্বিতীয় সমাধান আছে, সমাধান নাই, নাইবা অসীম সংখ্যক সমাধান আছে? যদি অদ্বিতীয় সমাধান আছে, সেই ক্ষেত্ৰত বজ্ৰ-গুণন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সমাধা কৰা।

(i) $x - 3y - 3 = 0$
$3x - 9y - 2 = 0$

(ii) $2x + y = 5$
$3x + 2y = 8$

(iii) $3x - 5y = 20$
$6x - 10y = 40$

(iv) $x - 3y - 7 = 0$
$3x - 3y - 15 = 0$

(v) $2x + 3y = 6$
$4x + 6y = 12$

(vi) $x - 2y = 6$
$3x - 6y = 0$

(vii) $\frac{3a}{x} - \frac{2b}{y} = -5$
$\frac{a}{x} + \frac{3b}{y} = 2$

(viii) $2x + y - 15 = 0$
$3x - y - 5 = 0$

2. (i) a আৰু bৰ কি মানৰ ক্ষেত্ৰত তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব?
$2x + 3y = 7$
$(a - b)\,x + (a + b)\,y = 3a + b - 2$

(ii) kৰ কি মানৰ ক্ষেত্ৰত তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ কোনো সমাধান নাই?
$3x + y = 1$
$(2k - 1)\,x + (k - 1)\,y = 2k + 1$

(iii) pৰ কি মানৰ বাবে $px - y = 2$, $6x - 2y = 3$ সমীকৰণযোৰৰ একমাত্ৰ সমাধান থাকিব?

(iv) kৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ কোনো সমাধান নাথাকে।
$(3k + 1)x + 3y - 2 = 0, (k^2 + 1)x + (k - 2)y - 5 = 0$

(v) mৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ অসীম সমাধান থাকে।
$mx + 4y = m - 4, 16x + my = m$

3. প্ৰতিষ্ঠাপন আৰু বজ্ৰগুণন পদ্ধতিৰে তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ সমাধান উলিওৱা ঃ

(i) $8x + 5y = 9$
$3x + 2y = 4$

(ii) $4x - 3y = 23$
$3x + 4y = 11$

(iii) $2x + 3y - 11 = 0$
$4x - 3y + 5 = 0$

(iv) $5x + 7y = 19$
$3x + 2y = 7$

4. তলৰ সমস্যাবোৰক লৈ ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ গঠন কৰা আৰু যিকোনো বীজীয় পদ্ধতিৰে সিহঁতৰ সমাধান উলিওৱা (যদি বৰ্তে)।

(i) কোনো ছাত্ৰাবাসৰ মাহেকীয়া মাচুলৰ এটা অংশ নিৰ্দিষ্ট আৰু বাকীখিনি এজনে মেচত কিমান দিন খাদ্য গ্ৰহণ কৰিলে তাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। যেতিয়া এজন ছাত্ৰ Aই 20 দিন খাদ্য খায় তেন্তে তেওঁ ছাত্ৰাবাসৰ মাচুল দিব লাগে 1000 টকা। আকৌ এজন ছাত্ৰ Bয়ে যদি 26 দিন খাদ্য খায় তেওঁ মাচুল দিব লাগে 1180 টকা। নিৰ্দিষ্ট মাচুল আৰু প্ৰতিদিনত খাদ্যৰ দাম কি উলিওৱা।

(ii) এটা ভগ্নাংশৰ লবৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে ই হয়গৈ $\frac{1}{3}$; আৰু ইয়াৰ হৰৰ লগত 8 যোগ কৰিলে হয়গৈ $\frac{1}{4}$। ভগ্নাংশটো নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) এটা পৰীক্ষাত যশোদাই লাভ কৰে 40 নম্বৰ, য'ত তেওঁ প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে পায় 3 নম্বৰ আৰু প্ৰতিটো অশুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে হেৰুৱায় 1 নম্বৰ। যদি প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 4 নম্বৰ দিলেহেঁতেন আৰু প্ৰতিটো অশুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 2 নম্বৰ কাটিলেহেঁতেন, তেন্তে যশোদাই 50 নম্বৰ লাভ কৰিলেহেঁতেন। পৰীক্ষাটোত কিমানটা প্ৰশ্ন আছিল?

(iv) ঘাইপথ এটাৰ ওপৰৰ দুখন ঠাই A আৰু Bৰ দূৰত্ব 100 কি.মি.; এখন গাড়ী Aৰ পৰা আৰু একে সময়তে আন এখন গাড়ী Bৰ পৰা ৰাওনা হয়। যদি গাড়ী দুখনে একে দিশলৈ বেলেগ বেলেগ দ্ৰুতিৰে যাত্ৰা কৰে, তেন্তে ইহঁত 5 ঘণ্টাৰ পিছত লগ হয়। যদি সিহঁতৰ এখনে আনখনৰ দিশলৈ যাত্ৰা কৰে, তেন্তে সিহঁত 1 ঘণ্টা পিছত লগ হয়। গাড়ী দুখনৰ প্ৰত্যেকৰে দ্ৰুতি কিমান?

(v) এটা আয়তৰ যদি দৈৰ্ঘ্যক 5 একক হ্ৰাস আৰু প্ৰস্থক 3 একক বৃদ্ধি কৰা হয় তেন্তে ইয়াৰ কালি 9 বৰ্গ একক হ্ৰাস হয়। যদি ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্যক 3 একক আৰু প্ৰস্থক 2 একক বৃদ্ধি কৰা হয় তেন্তে কালি 67 বৰ্গ একক বৃদ্ধি পায়। আয়তটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।

3.5 দুটা চলকৰ বৈখিক সমীকৰণযোৰত পৰিণত কৰিব পৰা সমীকৰণবোৰ (Equations Reducible to a Pair of Linear Equations in Two Variables)

এই অনুচ্ছেদত আমি সেইবোৰ সমীকৰণৰযোৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম, যিবোৰ বৈখিক নহয়। কিন্তু কিছুমান উপযুক্ত প্ৰতিষ্ঠাপনৰ সহায়ত বৈখিক আৰ্হিলৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি। আমি এতিয়া এই প্ৰণালীটো কেইটামান উদাহৰণৰ মাজেৰে ব্যাখ্যা কৰিম।

উদাহৰণ 17 ঃ সমীকৰণযোৰ সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{2}{x}+\frac{3}{y} = 13$$

$$\frac{5}{x}-\frac{4}{y} = -2$$

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণ দুটাক আমি এইদৰে লিখো আহা ঃ

$$2\left(\frac{1}{x}\right)+3\left(\frac{1}{y}\right) = 13 \quad .... (1)$$

$$5\left(\frac{1}{x}\right)-4\left(\frac{1}{y}\right) = -2 \quad .... (2)$$

সমীকৰণ দুটা $ax + by + c = 0$ আৰ্হিত নাই। পিছে, যদি আমি $\frac{1}{x} = p$ আৰু $\frac{1}{y} = q$ ধৰো তেন্তে সমীকৰণ (1) আৰু (2) হ'ব,

$$2p + 3q = 13 \quad .... (3)$$

$$5p - 4q = -2 \quad .... (4)$$

গতিকে আমি সমীকৰণ দুটাক এযোৰ বৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিলো। এতিয়া তুমি যিকোনো পদ্ধতি অৱলম্বন কৰি এই সমীকৰণ দুটাৰ সমাধান পাবা; এইদৰে $p = 2$, $q = 3$।

তুমি জানা যে $p = \frac{1}{x}$ আৰু $q = \frac{1}{y}$.

p আৰু qৰ মান বহুৱাই আমি পাওঁ,

$$\frac{1}{x} = 2 \text{ অৰ্থাৎ } x = \frac{1}{2}$$

আৰু $\frac{1}{y} = 3$ অৰ্থাৎ $y = \frac{1}{3}$।

সত্যাপন ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণ দুটাত $x = \frac{1}{2}$ আৰু $y = \frac{1}{3}$ বহুৱাই আমি দেখো যে দুয়োটা সমীকৰণেই সিদ্ধ হৈছে।

উদাহৰণ 18 ঃ এযোৰ বৈখিক সমীকৰণলৈ পৰিৱৰ্তন কৰি তলৰ সমীকৰণযোৰ সমাধা কৰা ঃ

$$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$$

$$\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$$

সমাধান ঃ আমি বহুৱাওঁ $\frac{1}{x-1} = p$ আৰু $\frac{1}{y-2} = q$। তেন্তে, প্ৰদত্ত সমীকৰণ দুটা

$$5\left(\frac{1}{x-1}\right) + \frac{1}{y-2} = 2 \qquad ....(1)$$

$$6\left(\frac{1}{x-1}\right) - 3\left(\frac{1}{y-2}\right) = 1 \qquad ....(2)$$

ইহঁতক এইদৰে লিখিব পাৰি ঃ $5p + q = 2$ ....(3)

$6p - 3q = 1$ ....(4)

সমীকৰণ (3) আৰু (4)য়ে সাধাৰণ আৰ্হিত এযোৰ বৈখিক সমীকৰণ গঠিত হৈছে। এতিয়া তুমি যিকোনো পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি ইহঁতক সমাধা কৰিব পাৰিবা। আমি পাম, $p = \frac{1}{3}$ আৰু $q = \frac{1}{3}$ ।

এতিয়া pৰ সলনি $\frac{1}{x-1}$ বহুৱাই পাওঁ,

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{3} \text{ অৰ্থাৎ } x - 1 = 3, \text{ বা } x = 4।$$

একেদৰে qৰ সলনি $\frac{1}{y-2}$ বহুৱাই পাওঁ,

$$\frac{1}{y-2} = \frac{1}{3} \text{ অৰ্থাৎ } 3 = y - 2, \text{ বা } y = 5$$

গতিকে, $x = 4$, $y = 5$ য়ে প্ৰদত্ত সমীকৰণযোৰৰ নিৰ্ণেয় সমাধান।

সত্যাপন ঃ (i) আৰু (ii)ত $x = 4$ আৰু $y = 5$ বহুৱাই সিহঁত সিদ্ধ হৈছে নে নাই পৰীক্ষা কৰা।

উদাহৰণ 19 : নাও এখন 10 ঘণ্টাত উজনি সোঁতত 30 কি.মি. আৰু ভটিয়নী সোঁতত 44 কি.মি. যায়। 13 ঘণ্টাত ই উজনি সোঁতত যাব পাৰে 40 কি.মি. আৰু ভটিয়নী সোঁতত যাব পাৰে 55 কি.মি.। পানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতি আৰু স্থিৰ পানীত নাওখনৰ দ্ৰুতি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰা স্থিৰ পানীত নাওখনৰ দ্ৰুতি x কি.মি./ঘণ্টা আৰুপানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতিত y কি.মি./ঘণ্টা। তেন্তে ভটিয়নী সোঁতত নাওখনৰ দ্ৰুতি $(x + y)$ কি.মি./ঘণ্টা; আৰু উজনি সোঁতত নাওখনৰ দ্ৰুতি $(x - y)$ কি.মি./ঘণ্টা।

আকৌ $\quad$ সময় $= \dfrac{\text{দূৰত্ব}}{\text{দ্ৰুতি}}$

প্ৰথম ক্ষেত্ৰত, নাওখনে যেতিয়া উজনিত 30 কি.মি. যায়, ধৰা সময় লয় (ঘণ্টাত) t_1।

তেন্তে $\quad t_1 = \dfrac{30}{x-y}$

ধৰা নাওখনে যেতিয়া ভটিয়নীত 44 কি.মি. যায়, ধৰা সময় লয় t_2 (ঘণ্টা)। তেন্তে $t_2 = \dfrac{44}{x+y}$.।

মুঠ সময় লয়, $t_1 + t_2 = 10$ ঘণ্টা। গতিকে আমি সমীকৰণটো পাওঁ,

$$\frac{30}{x-y} + \frac{44}{x+y} = 10 \qquad \text{....(1)}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰত, নাওখনে উজনিলৈ 40 কি.মি. আৰু ভটিয়নীলৈ 55 কি.মি. যায় 13 ঘণ্টাত। আমি সমীকৰণটো পাওঁ,

$$\frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13 \qquad \text{....(2)}$$

$$\frac{1}{x-y} = u \text{ আৰু } \frac{1}{x+y} = v \text{ বহুৱা} \qquad \text{....(3)}$$

এই মানবোৰ সমীকৰণ (1) আৰু (2) ত বহুৱাই আমি এই ৰৈখিক সমীকৰণযোৰ পাওঁ ঃ

$$30u + 44v = 10 \quad \text{বা} \quad 30u + 44v - 10 = 0 \quad ....(4)$$

$$40u + 55v = 13 \quad \text{বা} \quad 40u + 55v - 13 = 0 \quad ....(5)$$

তিৰ্যক-গুণন প্ৰণালীৰে আমি পাওঁ,

$$\frac{u}{44(-13) - 55(-10)} = \frac{v}{40(-10) - 30(-13)} = \frac{1}{30(55) - 44(40)}$$

অৰ্থাৎ $\dfrac{u}{-22} = \dfrac{v}{-10} = \dfrac{1}{-110}$

অৰ্থাৎ $u = \dfrac{1}{5},\ v = \dfrac{1}{11}$

এতিয়া এই u আৰু vৰ মানবোৰ সমীকৰণ (3)ত বহুৱাই আমি পাওঁ,

$$\frac{1}{x-y} = \frac{1}{5} \quad \text{আৰু} \quad \frac{1}{x+y} = \frac{1}{11}$$

অৰ্থাৎ $x - y = 5$ আৰু $x + y = 11$ ....(6)

সমীকৰণ দুটা যোগ কৰি পাওঁ,

$2x = 16$ অৰ্থাৎ $x = 8$

(6)ৰ সমীকৰণ দুটা বিয়োগ কৰি পাওঁ,

$2y = 6$ অৰ্থাৎ $y = 3$

গতিকে, স্থিৰ পানীত নাওখনৰ দ্ৰুতি 8 কি.মি./ঘণ্টা আৰু বোৱঁতী পানীৰ সোঁতৰ দ্ৰুতি 3 কি.মি./ঘণ্টা।

সত্যাপন ঃ পৰীক্ষা কৰি চোৱা যে সমাধানটোৱে সমস্যাটোৰ চৰ্তকেইটা সিদ্ধ কৰিছে।

অনুশীলনী 3.6

1. ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰলৈ পৰিৱৰ্তন কৰি তলৰ সমীকৰণ যোৰকেইটা সমাধা কৰা ঃ

(i) $\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{3y} = 2$

$\dfrac{1}{3x} + \dfrac{1}{2y} = \dfrac{13}{6}$

(ii) $\dfrac{2}{\sqrt{x}} + \dfrac{3}{\sqrt{y}} = 2$

$\dfrac{4}{\sqrt{x}} - \dfrac{9}{\sqrt{y}} = -1$

(iii) $\frac{4}{x}+3y=14$

$\frac{3}{x}-4y=23$

(iv) $\frac{5}{x-1}+\frac{1}{y-2}=2$

$\frac{6}{x-1}-\frac{3}{y-2}=1$

(v) $\frac{7x-2y}{xy}=5$

$\frac{8x+7y}{xy}=15$

(vi) $6x+3y=6xy$

$2x+4y=5xy$

(vii) $\frac{10}{x+y}+\frac{2}{x-y}=4$

$\frac{15}{x+y}-\frac{5}{x-y}=-2$

(viii) $\frac{1}{3x+y}+\frac{1}{3x-y}=\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2(3x+y)}-\frac{1}{2(3x-y)}=\frac{-1}{8}$

2. তলৰ সমস্যাবোৰক একোটা সমীকৰণৰ যোৰত সূত্ৰবদ্ধ কৰা আৰু সিহঁতৰ সমাধান উলিওৱা।

(i) ঋতুৰে 2 ঘণ্টাত ভটিয়নী সোঁতত 20 কি.মি. নাও বাব পাৰে আৰু 2 ঘণ্টাত উজনি সোঁতত 4 কি.মি. যাব পাৰে। তেওঁৰ স্থিৰ পানীত নাওৰ দ্ৰুতি আৰু সোঁতৰ দ্ৰুতি উলিওৱা।

(ii) 2 জনী মহিলা আৰু 5 জন পুৰুষে একেলগে 4 দিনত কাপোৰত ডিজাইন কৰা কাম এটা কৰে। এই কামটো 3 জনী মহিলা আৰু 6 জন পুৰুষে 3 দিনত শেষ কৰে। 1 জনী মহিলাই অকলে কামটো শেষ কৰিবলৈ কিমান সময় ল'ব আৰু 1 জন পুৰুষেও অকলে কিমান সময় ল'ব?

(iii) গীতুয়ে তেওঁৰ ঘৰলৈ 300 কি.মি. পথৰ এক অংশ ৰে'লগাড়ীৰে আৰু এক অংশ বাছেৰে ভ্ৰমণ কৰে। তেওঁ 60 কি.মি. ৰে'লগাড়ীৰে আৰু বাকীখিনি বাছেৰে যাওঁতে 4 ঘণ্টা সময় লয়। তেওঁক 10 মিনিট বেছি লাগে যদি তেওঁ 100 কি.মি. ৰে'লগাড়ীৰে আৰু বাকীখিনি বাছেৰে যায়। ৰে'লগাড়ীৰ দ্ৰুতি আৰু বাছৰ দ্ৰুতি কিমান বেলেগে বেলেগে উলিওৱা।

অনুশীলনী 3.7 (ঐচ্ছিক)*

1. অলি আৰু বিজুৰ বয়সৰ পাৰ্থক্য 3 বছৰ। অলিৰ দেউতাক বৰ্মন অলিতকৈ দুগুণ ডাঙৰ আৰু বিজু তাৰ ভনীয়েক মিলিতকৈ দুগুণ ডাঙৰ। মিলি আৰু বৰ্মনৰ বয়সৰ পাৰ্থক্য 30 বছৰ। অলি আৰু বিজুৰ বয়সবোৰ উলিওৱা।

* এই অনুশীলনীবোৰ পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নহয়।

2. এজনে কয়, ‘মোক এটা এশ দিয়া, বন্ধু! মই তোমাতকৈ দুগুণ ধনী হ’ম।’ আনজনে উত্তৰ দিলে, ‘মোক যদি এটা দহ দিয়া, মই তোমাতকৈ ছগুণ ধনী হ’ম।’ মোক কোৱা তেওঁলোকৰ মূলধনৰ পৰিমাণ (যথাক্ৰমে) কিমান? (দ্বিতীয় ভাস্কৰৰ বীজগণিতৰ পৰা)

[ইংগিত ঃ $x + 100 = 2(y - 100), y + 10 = 6(x - 10)$]

3. এখন ৰে’লগাড়ীয়ে এটা নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব সমদ্ৰুতিত ভ্ৰমি যায়। ৰে’লগাড়ীখনে যদি, ঘণ্টাত 10 কি.মি. বেছি গ’লহেঁতেন ই নিৰ্দিষ্ট সময়তকৈ 2 ঘণ্টা সময় কম ল’লেহেঁতেন। আকৌ, যদি ৰে’লগাড়ীখন ঘণ্টাত 10 কি.মি. কমকৈ গ’লহেঁতেন, তেন্তে ই নিৰ্দিষ্ট সময়তকৈ 3 ঘণ্টা বেছিকৈ ল’লেহেঁতেন। ৰে’লগাড়ীখনে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বটো উলিওৱা।

4. এটা শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰসকলক কেইটামান শাৰীত থিয় কৰোৱা হ’ল। একোটা শাৰীত 3 জনকৈ ছাত্ৰ বেছি থকাহেতেঁন 1 শাৰী কম হ’লহেঁতেন। একোটা শাৰীত 3 জনকৈ ছাত্ৰ কম থকাহেঁতেন, 2 টা শাৰী বেছি লাগিলহেঁতেন। শ্ৰেণীত ছাত্ৰৰ সংখ্যা কিমান উলিওৱা।

5. ABC ত্ৰিভুজ এটাত $\angle C = 3 \angle B = 2 (\angle A + \angle B)$। কোণ তিনিটা উলিওৱা।

6. $5x - y = 5$ আৰু $3x - y = 3$ সমীকৰণ দুটাৰ লেখ আঁকা। এই ৰেখাদুটাই আৰু y অক্ষই গঠন কৰা ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দুকেইটাৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

7. তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰকেইটা সমাধা কৰা ঃ

(i) $px + qy = p - q$
$qx - py = p + q$

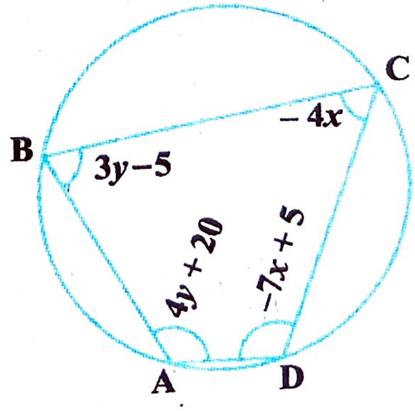
(ii) $ax + by = c$
$bx + ay = 1 + c$

(iii) $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$
$ax + by = a^2 + b^2.$

(iv) $(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2$
$(a + b)(x + y) = a^2 + b^2$

(v) $152x - 378y = -74$
$-378x + 152y = -604$

8. ABCD এটা চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজ (চিত্ৰ 3.7 চোৱা)। চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজটোৰ কোণকেইটা উলিওৱা।



চিত্ৰ 3.7

3.6 সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলৰ কথাকেইটা অধ্যয়ন কৰিছা ঃ

1. একে দুটা চলকত দুটা ৰৈখিক সমীকৰণক দুটা চলকত এটা ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ বোলে। এটা ৰৈখিক সমীকৰণযোৰৰ সাধাৰণ আৰ্হি হ'ল ঃ

   $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

   $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ য'ত $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা যাতে, $a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0$.

2. দুটা চলকত ৰৈখিক সমীকৰণ যোৰ এটাক প্ৰদৰ্শন আৰু সমাধা কৰিব পাৰি—

   (i) লৈখিক পদ্ধতিৰে

   (ii) বীজীয় পদ্ধতিৰে

3. লৈখিক পদ্ধতি ঃ

   দুটা চলকত এযোৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ লেখক দুটা সৰলৰেখাৰে প্ৰদৰ্শন কৰা হয়।

   (i) যদি ৰেখা দুটাই এটা বিন্দুত কাটে, তেতিয়া সেই বিন্দুটোৱে সমীকৰণ দুটাৰ অদ্বিতীয় সমাধানটো দিব। এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণ যোৰটো **সংগত**।

   (ii) যদি ৰেখা দুটা মিলি যায়, তেতিয়া অসীম সংখ্যক সমাধান থাকিব— ৰেখাটোৰ ওপৰত থকা প্ৰতিটো বিন্দুৱে এটা সমাধান হ'ব। এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণ যোৰটো **পৰতন্ত্ৰ (সংগত)**।

   (iii) যদি ৰেখা দুটা সমান্তৰাল, তেতিয়া সমীকৰণ যোৰৰ কোনো সমাধান নাই। এই ক্ষেত্ৰত সমীকৰণযোৰ **অসংগত**।

4. **বীজীয় পদ্ধতি ঃ** ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ এটাৰ সমাধান নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত আমি তলৰ পদ্ধতিকেইটা আলোচনা কৰিছো।

   (i) প্ৰতিষ্ঠাপন পদ্ধতি

   (ii) অপনয়ন পদ্ধতি

   (iii) তিৰ্যক পদ্ধতি।

5. ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ এটাক যদি এইদৰে লিখা হয় $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ আৰু $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, তেতিয়া তলৰ অৱস্থাকেইটা দেখা দিব পাৰে ঃ

   (i) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_1}$; এই ক্ষেত্ৰত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰটো সংগত।

(ii) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$; এই ক্ষেত্ৰত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰটো অসংগত।

(iii) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$; এই ক্ষেত্ৰত ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰটো স্বতন্ত্ৰ আৰু সংগত।

6. এনে বহুতো পৰিস্থিতি আছে যাক গাণিতিকভাৱে দুটা সমীকৰণত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি যি আৰম্ভণীতে দেখাত ৰৈখিক নহয়। কিন্তু আমি সেইবোৰক পৰিবৰ্তন কৰি ৰৈখিক সমীকৰণৰ যোৰ এটাত পৰিণত কৰিব পাৰোঁ।