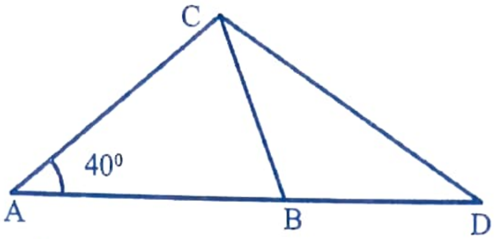
10. ΔABC ৰ $\angle A + \angle B = 116^0$, $\angle B + \angle C = 126^0$ ত্ৰিভুজটোৰ অন্তঃকোণবোৰৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা।

11. ΔABC ৰ $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$ হ'লে $\angle A$, $\angle B$ আৰু $\angle C$ উলিওৱা।

12. চিত্ৰত $\angle CAB = 40^0$, $AC = AB$ আৰু $BC = BD$

a) $\angle ACB$ আৰু b) $\angle CDB$ মান নিৰ্ণয় কৰা।



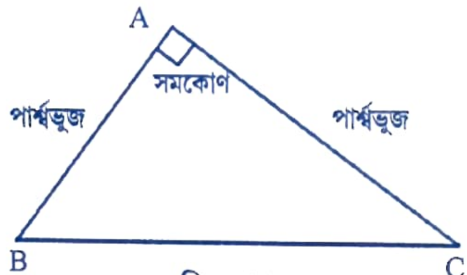
6.10 সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম ঃ

চিন্তা কৰা, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থাকিব পাৰেনে?

ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম অনুসৰি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180^0 ৰ সমান। গতিকে কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণৰ সমান হ'লে বাকী থকা কোণ দুটাৰ সমষ্টিও এক সমকোণৰ সমান হ'ব। অৰ্থাৎ, বাকী কোণ দুটাৰ প্ৰতিটোৱেই এক সমকোণতকৈ সৰু হ'ব লাগিব।

গতিকে, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থকাটো অসম্ভৱ।

চিত্ৰত 6.17 ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ।



চিত্ৰ 6.17

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত বাহুকেইটাক বিশেষ নামেৰে উল্লেখ কৰা হয়। সমকোণৰ সমুখৰ বাহুটোক অতিভুজ আৰু সমকোণৰ সংলগ্ন বাহু দুটাক পাৰ্শ্বভুজ বোলা হয়।

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ এক বিশেষ ধৰ্মক পাইথাগোৰাছৰ ধৰ্ম হিচাপে উল্লেখ কৰা হয়।

পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম অনুসৰি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ দুই পাৰ্শ্বভুজৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।

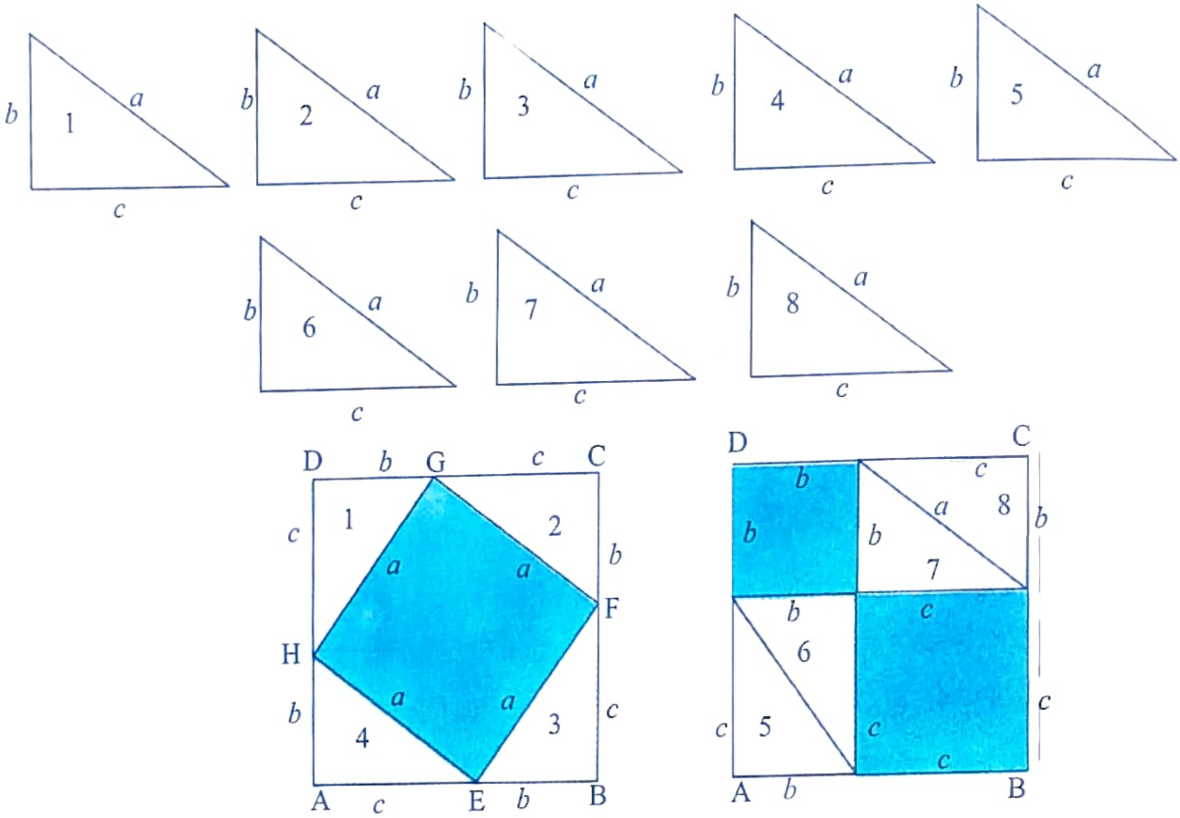
অৰ্থাৎ, এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ a আৰু দুই পাৰ্শ্বভুজ ক্ৰমে b আৰু c হ'লে

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

এটা সহজ পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা এই ধৰ্মটো আমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰোঁ।

$(b+c)$জোখৰ বাহু বিশিষ্ট দুটা বৰ্গ আঁকা আৰু প্ৰদত্ত সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সৈতে হুবহু একে 8 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰা।

ইয়াৰে 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ প্ৰথম বৰ্গটোত আৰু 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ দ্বিতীয় বৰ্গটোত সিপিঠিৰ চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সজোৱা।



চিত্ৰ 6.18

কি দেখিছা? প্ৰথম বৰ্গটোত চাৰিটা সমকোণী ত্ৰিভুজ চিত্ৰত 6.18 দেখুওৱা ধৰণে বহুওৱাৰ পিছত a বাহু বিশিষ্ট বৰ্গ এটাৰ সমান ঠাই খালী থাকে (ছাঁ দিয়া অংশ)।

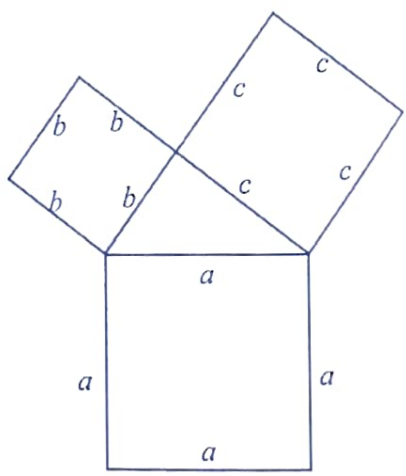
একেদৰে বাকী 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ দ্বিতীয় বৰ্গটোত চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সজোৱাৰ পিছত তাত b বাহু বিশিষ্ট আৰু c বাহু বিশিষ্ট দুটা বৰ্গৰ সমান ঠাই খালী থাকে।

যিহেতু দুয়োটা বৰ্গৰ আকাৰ একে অৰ্থাৎ $b+c$ বাহু বিশিষ্ট আৰু বৰ্গ দুটাত সজোৱা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সংখ্যাও সমান সমান, গতিকে বৰ্গ দুটাত থকা খালী অংশ দুটাও পৰস্পৰ সমান।

প্ৰথম বৰ্গৰ খালী অংশ হ'ল a বাহু বিশিষ্ট বৰ্গৰ সমান অৰ্থাৎ a^2 আৰু দ্বিতীয় বৰ্গৰ খালী অংশ হ'ল b আৰু c বাহু বিশিষ্ট বৰ্গ দুটাৰ সমান

গতিকে, $a^2 = b^2 + c^2$

অৰ্থাৎ, সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ পাৰ্শ্ববাহু দুটাৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।



চিত্ৰ 6.19

কাযত চিত্ৰ 6.19 ৰ সহায়ত পাইথাগোৰাছৰ ধৰ্মটো প্ৰদৰ্শন কৰা হৈছে অৰ্থাৎ, সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত অতিভুজৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গটোৰ কালি বাকী বাহু দুটাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গ দুটাৰ কালিৰ যোগফলৰ সমান।

হাতে কামে কৰি চোৱা —

বেলেগ বেলেগ জোখৰ বাহু বিশিষ্ট কিছুমান ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যেনে ঃ

(i) 2 চেমি, 3 চেমি, 4 চেমি

(ii) 3 চেমি, 4 চেমি, 5 চেমি

(iii) 2 চেমি, 3 চেমি, 5 চেমি

(iv) 2 চেমি, 4 চেমি, 5 চেমি ইত্যাদি

(i) ৰ ক্ষেত্ৰত $2^2 + 3^2 = 13$ আৰু $4^2 = 16$

অৰ্থাৎ $2^2 + 3^2 < 4^2$

এতিয়া ত্ৰিভুজটোৰ কোণবোৰ জুখি চোৱা। ত্ৰিভুজটোত সমকোণ আছেনে? দেখিবা যে ত্ৰিভুজটোত এটা স্থূলকোণহে আছে।

(ii) ৰ ক্ষেত্ৰত $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ আৰু $5^2 = 25$

অৰ্থাৎ $3^2 + 4^2 = 5^2$

এতিয়া কোণবোৰ জুখি চোৱা। দেখিবা 5 চেমি দৈৰ্ঘ্যৰ বাহুৰ সমুখৰ কোণটো এটা সমকোণ হৈছে। অৰ্থাৎ পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্মটো ইয়াত প্ৰযোজ্য হৈছে।

একেদৰে বাকী ত্ৰিভুজকেইটা পৰীক্ষা কৰা।

এই পৰীক্ষাৰ পৰা বুজিব পাৰিবা যে পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্মটো বিপৰীত দিশৰ পৰাও প্ৰযোজ্য, অৰ্থাৎ এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুৰ বৰ্গৰ সমান হ'লে ত্ৰিভুজটো সমকোণী হয়।

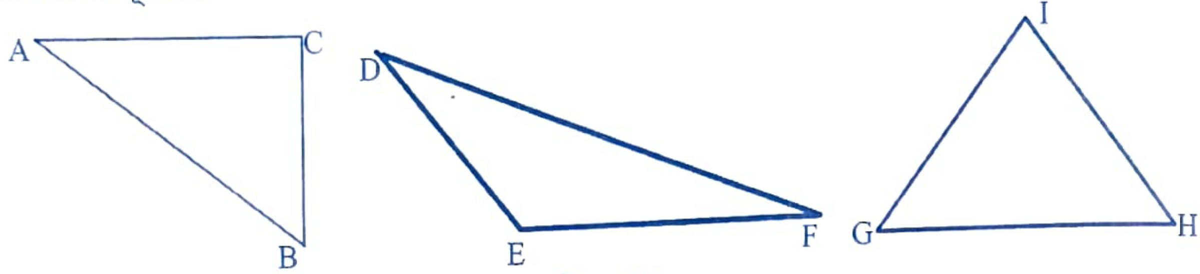
এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ, দুই পাৰ্শ্বভুজৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান। সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এই ধৰ্মটো পোন প্ৰথমে পাইথাগোৰাচ (570 - 495BC) নামৰ এগৰাকী গণিতজ্ঞই প্ৰমাণ কৰিছিল। সেয়েহে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এই ধৰ্মটো পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম হিচাপে বিখ্যাত হয়। তেওঁ প্ৰাচীন গ্ৰীক সভ্যতাৰ এগৰাকী গণিতজ্ঞ আৰু দাৰ্শনিক আছিল। কিন্তু পাইথাগোৰাচৰ আগতো বিভিন্ন সভ্যতাত ইয়াৰ ব্যৱহাৰৰ উল্লেখ পোৱা যায়। জ্যামিতিৰ উপৰি সংখ্যা, সমানুপাত আদিৰ ক্ষেত্ৰত পাইথাগোৰাচ আৰু তেওঁৰ অনুগামীসকলে বহুলভাৱে চৰ্চা কৰিছিল। ভাৰতীয় বৌদ্ধায়ণ শুল্বসূত্ৰ গ্ৰন্থত পাইথাগোৰাচৰ বহুপূৰ্বে এই সূত্ৰটোৰ উল্লেখ আছে। বৌদ্ধায়নে সূত্ৰটো আয়তক্ষেত্ৰত প্ৰয়োগ কৰিছিল।

6.11 এটা ত্ৰিভুজৰ অসমতাসমূহ (Inequalities of a Triangle) ঃ

তোমালোকে প্ৰধানতঃ এটা বা একাধিক ত্ৰিভুজৰ বাহু আৰু কোণসমূহৰ সমতা বিষয়ক কথাবোৰ অধ্যয়ন কৰি আছা। কোনো কোনো সময়ত আমি অসমান বস্তু বা সামগ্ৰীৰ সৈতে মুখামুখি হওঁহক। সেইবোৰৰ পাৰস্পৰিক তুলনা আমাৰ বাবে আৱশ্যকীয় হৈ পৰে।

কাৰ্য ঃ ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুডাল বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল আন বাহুডালৰ দৈৰ্ঘ্যৰ লগত তুলনা কৰোঁ আহাঁ—

চিত্ৰত 6.20 দেখুওৱাৰ দৰে ΔABC, ΔDEF আৰু ΔGHI আঁকি লোৱা। স্কেলৰ সহায়ত বাহুবোৰৰ জোখ লৈ তালিকাখন পূৰ কৰা—



চিত্ৰ 6.20

ত্ৰিভুজ	বাহুৰ জোখ	দুটা বাহুৰ জোখৰ যোগফল	দুটা বাহুৰ জোখৰ পাৰ্থক্য	মন্তব্য
ΔABC	AB = BC = CA =	AB + BC = BC + AC = AC + AB =	AB – BC = BC – AC = AC – AB =	
ΔDEF	DE = EF = DF =	DE + EF = EF + DF = DF + DE =	DE – EF = EF – DF = DF – DE =	
ΔGHI	GH = HI = GI =	GH + HI = HI + GI = GI + GH =	GH – HI = HI – GI = GI – GH =	

এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল ঃ

তলৰ প্ৰতিটো গোটত তিনিডালকৈ ৰেখাখণ্ডৰ জোখ দিয়া হৈছে, প্ৰতিটো ৰেখাখণ্ডৰ জোখৰ জৰিয়তে একোটা ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পাৰি নে চোৱাচোন — কাৰ্যটো তোমালোকে নিৰ্দিষ্ট জোখৰ বাঁহৰ কাঠিৰ জৰিয়তে কৰি চাবা —

(i) (3চে মি, 5চে মি, 7চে মি) (ii) (4চে মি, 6চে মি, 2চে মি) (iii) (7চে মি, 6চে মি, 5চে মি)

(iv) (6চে মি, 8চে মি, 3চে মি) (v) (3চে মি, 2চে মি, 6চে মি)

তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা যে —

(i), (iii), (iv) গোট কেইটাৰ নিৰ্দিষ্ট জোখেৰে কটা কাঠি কেইডালৰ আগকেইটা সংযোগ কৰি ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা যাব। কিন্তু (ii) আৰু (v) গোট কেইটাৰ জোখৰ কাঠি কেইডালৰ আগকেইটা লগ নালাগিব বা ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা নাযাব। (কাৰণটো কি পিছত নিজে উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰিবা, নোৱাৰিলে শিক্ষকৰ সহায় ল'বা)

ওপৰৰ ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা জোখ কেইটা চালে দেখিবা—

ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ	**দুডাল বাহুৰ সমষ্টি**
(i) (3চে মি, 5চে মি, 7চে মি)	$3+5>7$, $5+7>3$, $3+7>5$

(iii) (7চে মি, 6চে মি, 5চে মি) $7+6>5$, $7+5>6$, $6+5>7$

(iv) (6চে মি, 8চে মি, 3চে মি) $6+8>3$, $8+3>6$, $6+3>8$

অৰ্থাৎ, (i), (iii), (iv) ৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত যিকোনো দুডালৰ জোখ তৃতীয় ডালতকৈ ডাঙৰ।

সেয়েহে, যিকোনো তিনিটা বাহু $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ ৰ দ্বাৰা এটা ত্ৰিভুজ ABC গঠন কৰিব পৰা যাব যদিহে—

$AB + BC > AC$

$AC + AB > BC$

$BC + AC > AB$, হয়।

এতিয়া ওপৰৰ (ii) আৰু (v) গোটকেইটাৰ জোখৰ কাঠি কেইডালৰ জৰিয়তে কিয় ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা নগ'ল গম পাইছানে?

উদাহৰণ 9 ঃ 7 চে মি, 9চে মি, 13 চে মি বাহুৰ এটা ত্ৰিভুজ সম্ভৱনে? পৰীক্ষা কৰা

সমাধান ঃ $7 + 9 = 16>13$

$9 + 13 = 22 > 7$

$13 + 7 = 20>9$

$\therefore$ প্ৰদত্ত বাহু তিনিটাৰ জোখবোৰৰ পৰা বুজা যায় যে যিকোনো দুটা বাহুৰ জোখৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ ডাঙৰ। গতিকে ই এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু হ'ব।

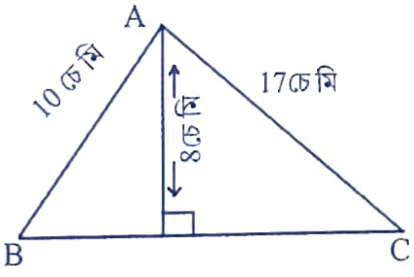
উদাহৰণ 10 ঃ 4 চে মি, 8 চে মি, 15 চে মি এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ হ'বনে?

সমাধান ঃ ইয়াত $4 + 8 = 12<15$

গতিকে ই এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ হ'ব নোৱাৰে।

অনুশীলনী- 6.4

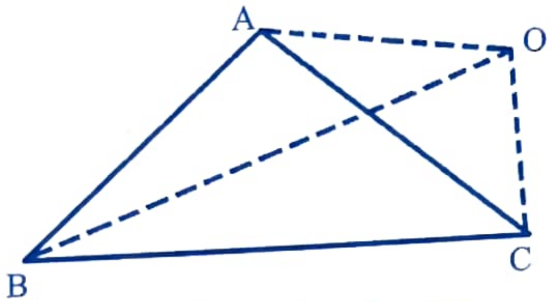
1. চিত্ৰত AB = 10চে মি, BC = 17চে মি আৰু AD = 8 চে মি. AC নিৰ্ণয় কৰা



2. এটা ত্ৰিভুজৰ পৰিসীমা 15চে মি। যদি দুডাল বাহু 5চে মি আৰু 7চে মি জোখৰ হয় তৃতীয় বাহুডালৰ জোখ কিমান?

3. আয়ত এটাৰ দুডাল সন্নিহিত বাহুৰ জোখ 16চে মি আৰু 12চে মি। কৰ্ণ দুডালৰ প্ৰতিডালৰ দীঘ কিমান?

4. ΔABC ৰ O এটা বহিঃস্থ বিন্দু। দেখুওৱা যে $2(OA + OB + OC) > AB + BC + CA$



5. তলৰ জোখবিশিষ্ট বাহুবোৰে সমকোণী ত্ৰিভুজ গঠন কৰিবনে?

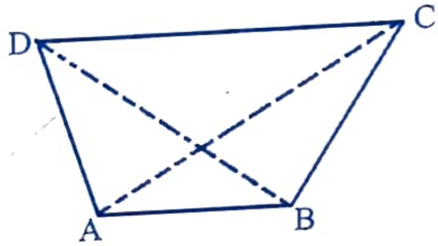
(a) 5, 12, 13 (b) 3, 4, 5 (c) 6, 8, 10 (d) 6, 7, 8

6. তলৰ জোখবোৰ এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু হ'বনে?

(a) 3চে মি, 4 চে মি, 5চে মি
(b) 5চে মি, 7চে মি, 12চে মি
(c) 3·4চে মি, 2চে মি, 5·8চে মি
(d) 6চে মি, 7চে মি, 14চে মি

7. ABCD এটা চতুৰ্ভুজ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে

$AB + BC + CD + DA > AC + BD$



অনুশীলনী- 6.5

প্ৰশ্ন নং 1ৰ পৰা 12 লৈ প্ৰত্যেক প্ৰশ্নৰ বাবে চাৰিটাকৈ সাম্ভাব্য উত্তৰ দিয়া আছে। শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা

1. তলৰ চিত্ৰত x ৰ মান হ'ব—

(a) 40^0
(b) 60^0
(c) 35^0
(d) 180^0